

# سازوکار پاد-کیبل-زورک در گذر از نقطه بحرانی کوانتومی در مدل سو-شریفر-هیگر توسط پارامتر جفت‌شدگی نویزدار

جلیل ناجی<sup>۱\*</sup>، سعید انصاری<sup>۲</sup>، و روح ا... جعفری<sup>۳،۴</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشگاه ایلام، ایلام

۲. گروه علوم مهندسی و فیزیک، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، بوئین زهرا، ایران

۳. دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، ایران

۴. پژوهشکده علوم نانو، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران، ایران

پست الکترونیکی: j.naji@ilam.ac.ir

## چکیده:

در این مقاله نشان می‌دهیم که اگر در یک سیستم بسته، به پارامتر جفت‌شدگی سیستم که به صورت خطی با زمان تغییر می‌کند، نویز اضافه کنیم سیستم رفتار پاد-کیبل-زورک نشان خواهد داد که این امر منجر به افزایش برانگیختگی‌ها می‌شود. همچنین نشان داده می‌شود که نرخ دگرگونی بهینه برای کمینه کردن برانگیختگی‌ها، به صورت رابطه‌ای جبری از شدت نویز است ولی نمای مربوط به آن با پیش‌بینی‌های انجام شده در تحقیقات قبلی متفاوت است. نتایج ما محدودیت‌های رویه‌های بی‌دررو مانند تبرید کوانتومی را اثبات می‌کند و جهان‌شمولی نرخ دگرگونی بهینه را نشان می‌دهد. واژه‌های کلیدی: سازوکار کیبل-زورک، مدل سو-شریفر-هیگر

## ۱. مقدمه

نقطه بحرانی کوانتومی<sup>۴</sup> (QCP) می‌گذرد، چالش برانگیز می‌شود [۷-۵]. با گذار سیستم از نقطه بحرانی کوانتومی چگالی برانگیختگی‌ها بر حسب نرخ دگرگونی از یک رابطه جبری تبعیت می‌کند [۸-۱۱] که می‌توان آن را با کم کردن نرخ دگرگونی کاهش داد. این رابطه مقیاسی جهان‌شمول<sup>۵</sup> پیش‌بینی کلیدی سازوکار کیبل-زورک<sup>۶</sup> (KZM) است، که در ابتدا برای گذارهای پیوسته کلاسیکی طرح‌ریزی شده بود [۱۲ و ۱۳].

شناخت دینامیک بی‌دررو و شکست آن در سیستم‌های بس‌ذره‌ای از پایه‌های بنیادین برای پیشرفت در فناوری‌های کوانتومی است [۱]. تحول بی‌دررو سنگ‌بنای رویه تبرید کوانتومی<sup>۱</sup> برای آماده‌سازی حالت<sup>۲</sup> و محاسبات کوانتومی است [۲ و ۳]. طبق نظریه بی‌دررو، دینامیک یک سیستم فیزیکی، در صورتی که تغییرات آهسته باشد، مستقل از گذارهای بی‌دررو است [۴]. فرونشانی<sup>۳</sup> برانگیختگی‌ها در غیاب گاف انرژی، به عنوان مثال وقتی از یک

<sup>1</sup> Quantum annealing

<sup>2</sup> State preparation

<sup>3</sup> Suppression

<sup>4</sup> Quantum critical point

<sup>5</sup> Universal scaling

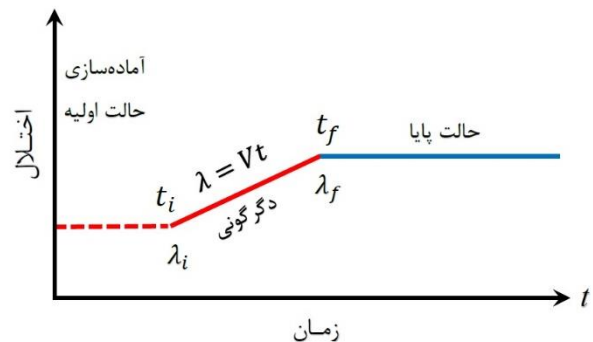
<sup>6</sup> Kibble-Zurek mechanism

است چگالی برانگیختگی‌ها به صورت یکنواخت با  $\tau$  کاهش می‌یابد تا در حد  $\tau \rightarrow \infty$  به صفر برسد. با این حال، کنترل بر روی سیستم هیچ وقت کامل نیست. به ویژه ممکن است پارامتر کنترل کننده دگرگونی، دارای نویز باشد [۱۷-۲۲]. در این مطالعه، یک سیستم بسته را در نظر می‌گیریم که هیچ جفت‌شدگی با محیط حرارتی و یا حمام گرمایی ندارد [۲۲-۲۹]. با وجود اینکه در این نوع سیستم‌ها دینامیک با یک تحول یکانی<sup>۴</sup> توصیف می‌شود اما پارامتر جفت‌شدگی  $\gamma(t)$  دارای افت و خیرهای تصادفی است.

نشان داده شده است که رفتار این نوع سیستم‌ها را می‌توان با حل یک معادله مادر<sup>۵</sup> دقیق به دست آورد [۱۷-۲۱]. در نتیجه، دینامیک تبرید به واسطه اثر متقابل دو عامل مشخص می‌شود: (۱) نزدیکی به حد بی‌دررو ناشی از برانگیختگی‌های بی‌دررو پیش‌بینی شده توسط KZM (۲) میزان انباشتگی برانگیختگی‌های ناشی از نویز در مدت زمان تحول. با استفاده از رویکرد عددی، نشان می‌دهیم که برای مقادیر بزرگ نرخ دگرگونی  $\tau$ ، نویز عامل غالب در دینامیک است و باعث ایجاد رفتار پاد-کیبل-زورک می‌شود. نتیجه قابل توجه برای تبرید کوانتومی ظهور یک نرخ دگرگونی بهینه متناهی  $\tau_{opt}$  است. با افزایش نرخ دگرگونی تا مقدار بهینه  $\tau_{opt}$ ، چگالی برانگیختگی‌ها کاهش می‌یابد؛ اما نرخ‌های دگرگونی بزرگتر از  $\tau_{opt}$  منجر به کاهش انباشتگی برانگیختگی‌ها می‌شوند. نشان داده شده است که در حد نویز کوچک و نرخ دگرگونی متناهی  $\tau$ ، میانگین آنسامبلی چگالی برانگیختگی‌ها در حضور نویز  $n_W$  با عبارت زیر داده می‌شود

$$n_W \approx r\tau + c\tau^{-\beta} \quad (1)$$

که در آن  $\beta$  توان KZM جهانشمول،  $c$  ضریب وابسته به ابعاد، و  $r$  نرخ است که حضور نویز در پارامتر کنترل‌کننده موجب ایجاد برانگیختگی می‌گردد [۲۱]. تفکیک موثر دینامیک KZM از اثرات ناشی از نویز منجر به معادله (۱) می‌شود. همچنین نشان داده شده است که چگالی برانگیختگی‌ها،  $n_W$ ، وقتی کمینه



شکل ۱. نمایش دگرگونی تدریجی (شیب‌دار)

با وجود اینکه تایید تجربی این سازوکار هنوز به تحقیق بیشتری نیاز دارد [۷]، اما اعتقاد بر این است که دارای کاربردهای گسترده‌ای است. با این حال، مشاهدات متناقضی در مطالعه سیستم‌های چند مغناطیسی گزارش شده است که با نزدیک شدن به حد بی‌دررو، با کاهش نرخ دگرگونی برانگیختگی‌های بیشتری بوجود می‌آید [۱۴]. این رفتار متناقض، دینامیک پاد-کیبل-زورک<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. در حالیکه آزمایش‌های KZM در حوزه کوانتومی اندک هستند، برخی نتایج رفتار پاد-کیبل-زورک احتمالی را نشان می‌دهند [۱۵ و ۱۶]. نشان داده شده است که در یک سیستم کوانتومی بسته، وجود افت و خیزهای به شکل نویز در پارامتر کنترل‌کننده، توضیحی برای رفتار پاد-کیبل-زورک ارائه می‌دهد.

ابتدا یک دگرگونی شیب‌دار<sup>۲</sup> از نقطه بحرانی کوانتومی را در نظر می‌گیریم. پارامتر جفت‌شدگی  $\gamma$  به صورت  $\gamma(t) = t/\tau$  از مقدار  $\gamma_1$  تا  $\gamma_2$  تغییر می‌کند که آن  $\tau > 0$  عکس سرعت دگرگونی است و نرخ دگرگونی نامیده می‌شود (شکل ۱). در مدل‌های تبرید کوانتومی<sup>۳</sup> استاندارد، پارامتر کنترل‌کننده سیستم از یک نقطه بحرانی کوانتومی در  $\gamma_c = \lambda$  عبور می‌کند. سازوکار کیبل-زورک پیش‌بینی می‌کند که چگالی برانگیختگی، در نرخ‌های دگرگونی بزرگ، از رابطه  $n_0 \propto \tau^{-\beta}$  پیروی می‌کند که در آن  $\beta = dv/(1+zv)$  و  $v$  طول همبستگی و نمای بحرانی دینامیکی و  $d$  ابعاد سیستم و  $n_0$  نشان دهنده میانگین برانگیختگی‌ها بدون حضور نویز است. همانطور که مشخص

<sup>1</sup> Anti-Kibble-Zurek

<sup>2</sup> Ramp quench

<sup>3</sup> Quantum annealing

<sup>4</sup> Unitary evolution

<sup>5</sup> Master equation

می‌شود که زمان شیب به صورت زیر انتخاب شده باشد

$$\tau_{\text{opt}} \propto r^{-\gamma(\beta+1)} \quad (2)$$

که در آن  $r = \Lambda^2 W^2$ ،  $W^2$  شدت نویز (در واحد زمان) و  $\Lambda$  میزان انرژی همیلتونی را مشخص می‌کند [۲۱].

در این مقاله پیش‌بینی انجام شده را با محاسبات عددی در مدل سو-شریفر-هیگر مورد بررسی قرار می‌دهیم و نشان خواهیم داد که مقیاس‌بندی پیش‌بینی شده نرخ گذر بهینه در رابطه (۲) در مورد مدل سو-شریفر-هیگر صدق نمی‌کند.

## ۲. مدل سو-شریفر-هیگر

مدل سو-شریفر-هیگر به شکل زیر داده می‌شود [۳۰]:

$$H(t) = \sum_{m=1}^N \gamma(t) c_{2m-1}^\dagger c_{2m} + \lambda c_{2m}^\dagger c_{2m+1} + H.C, \quad (3)$$

که در آن  $c_m^\dagger$  و  $c_m$ ، به ترتیب، عملگرهای خلق و فنا می‌باشند و  $\gamma(t)$  پارامتر جفت‌شدگی برهمکنش‌ها است. در صورتیکه  $\gamma$  مقدار ثابتی داشته باشد و شرط مرزی را بسته در نظر بگیریم، این مدل دارای حل دقیق بوده و گاف انرژی در دو نقطه بحرانی  $\gamma = \pm \lambda$  بسته می‌شود. با استفاده از تبدیلات فوریه [۳۰] و تعریف بردار دو مولفه‌ای  $\Gamma_k^\dagger = (c_k^\dagger, c_k)$  می‌توان نشان داد که مدل سو-شریفر-هیگر در فضای تکانه به صورت جمع همیلتونی‌های مستقل از هم  $H_k(t) = \sum_{k>0} \Gamma_k^\dagger H_k(t) \Gamma_k$  نوشته می‌شود که در آن  $H_k(t)$  یک ماتریس دو بعدی است و با استفاده از ماتریس‌های پائولی به شکل زیر

$$H_k(t) = (\gamma(t) + \lambda \cos k) \sigma^x + (\lambda \sin k) \sigma^y, \quad (4)$$

نوشته می‌شود. همچنین با دوران  $H_k(t)$  به اندازه  $\pi/2$  حول محور  $y$  و سپس  $-\pi/2$  حول محور  $z$  خواهیم داشت:

$$H_k(t) = -(\gamma(t) + \lambda \cos k) \sigma^z + (\lambda \sin k) \sigma^x. \quad (5)$$

### ۲.۱. اعمال نویز

اکنون نویز سفید  $f(t)$  را به پارامتر جفت‌شدگی اضافه کنیم

$$\gamma(t) = \frac{t}{\tau} + f(t), \quad 0 < t < 2\tau \quad (6)$$

$f(t)$  یک نویز گاوسی با میانگین صفر و تابع همبستگی زمانی  $\langle f(t)f(t') \rangle = W^2 \delta(t-t')$  است (بدون بعد و  $W^2$

بعد زمان دارد) و مقدار اولیه و نهایی  $\gamma$  به ترتیب صفر و ۲ خواهد بود. برای انجام محاسبات عددی،  $\lambda = 1$  قرار می‌دهیم و اندازه سیستم را  $N = 1024$  در نظر می‌گیریم تا اثرات مربوط به اندازه متناهی سیستم قابل توجه نباشد. نویز سفید تقریب خوبی برای نویز رنگی با افت نمایی، نظیر فرآیند آرنشتاین-آلنیک [۳۱ و ۳۲]، است. با وجود اینکه پیش‌بینی‌های عددی ما ممکن است برای نویز رنگی تغییر کند، انتظار داریم که افت آهسته طیف نویز (در حوزه فرکانسی) امکان جذب انرژی از منبع نویز را فراهم کند و رقابت ذکر شده بین بی‌دررو بودن و گرمایش، از نظر کیفی به همان رفتار پاد-کیبل-زورک منجر می‌شود.

حال به بررسی دینامیک ناشی از همیلتونی (۳) به همراه جفت‌شدگی نویزدار (۶) می‌پردازیم. همیلتونی نویزدار را می‌توان به صورت جمع دو بخش نوشت: همیلتونی بدون نویز و همیلتونی مربوط به نویز، که به صورت زیر از هم تفکیک می‌شوند

$$H(t) = H_0(t) + f(t)H_1 \quad (7)$$

که در آن  $H_1 = -\sum_k \Gamma_k^\dagger \sigma^z \Gamma_k$  است. با استفاده از قضیه نوبکف [۳۳-۳۵] و معادله شرودینگر تصادفی

$$i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = [H_0(t) + f(t)H_1] |\psi(t)\rangle, \quad (8)$$

معادله مادر دقیق (بدون اختلال) زیر برای میانگین آنسامبلی چگالی ماتریس نویزدار  $\rho(t)$  را می‌توان به دست آورد.

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -i[H_0(t), \rho(t)] - \frac{W^2}{2} [H_1, [H_1, \rho(t)]]. \quad (9)$$

اولین عبارت در سمت راست بیانگر تحول یکانی ایجاد شده توسط همیلتونی بدون نویز است و عبارت دوم دینامیک حاصل از نویز را نمایش می‌دهد [۳۶].

### ۳. حل عددی

در این مقاله به حل عددی معادلات مادر می‌پردازیم و دینامیک بی‌دررو را برحسب سه مشاهده‌گر متفاوت تعیین می‌کنیم. اولین کمیت چگالی برانگیختگی‌ها است و با رابطه زیر:

$$n_W = 1 - \frac{1}{N} \sum_{k>0} \langle G_k(\tau) | \rho_k(t) | G_k(\tau) \rangle, \quad (10)$$

داده می‌شود، که در آن  $\rho_k(t)$  ماتریس چگالی برای تکانه  $k$  می‌باشد. کمیت دوم در سمت راست، متوسط مقدار انرژی باقی مانده در سیستم در انتهای دگرگونی شیبدار است که با عبارت زیر داده می‌شود

$$Q = \frac{1}{N} \{ \text{Tr}[\rho(\tau)H(\tau)] - \langle G(\tau) | H(\tau) | G(\tau) \rangle \}, \quad (11)$$

این کمیت چگالی انرژی باقیمانده نامیده می‌شود و در دگرگونی KZM وقتی  $W = 0$  است، به صورت مقیاس جهان‌شمول با زمان تغییر می‌کند [۳۷]. در نهایت، مقدار پاشندگی (عدم قطعیت) انرژی در حالت نهایی سیستم [۳۱ و ۳۸] را با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم

$$\Delta E = \frac{1}{N} \left\{ \text{Tr}[\rho(\tau)H^2(\tau)] - (\text{Tr}[\rho(\tau)H(\tau)])^2 \right\}^{1/2} \quad (12)$$

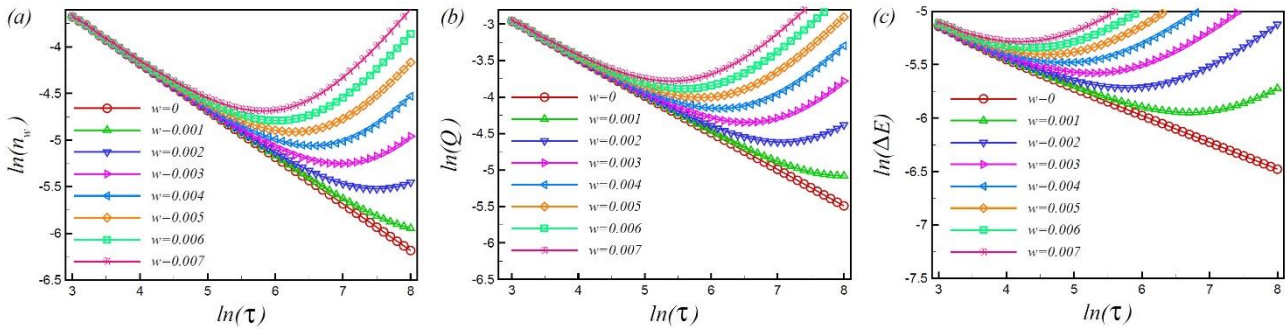
لازم به ذکر است هر سه کمیت ذکر شده، در عدم حضور نویز، رفتار خطی بر حسب نرخ دگرگونی نشان می‌دهند، و هدف از مطالعه این کمیت‌ها بررسی چگونگی تغییر رفتار آنها در حضور نویز است. وابستگی چگالی برانگیختگی‌ها،  $n_W$ ، به نرخ دگرگونی،  $\tau$ ، برای مقادیر مختلف شدت نویز،  $W$ ، در شکل ۲ (الف) نشان داده شده است. برای نرخ‌های دگرگونی کوچک، اثر نویز در پارامتر جفت‌شدگی قابل صرفه نظر کردن است و چگالی برانگیختگی‌ها به صورت جبری،  $n_W \propto \tau^{-1/2}$ ، با نرخ دگرگونی تغییر می‌کند، که با پیش‌بینی KZM سازگار است. برای نرخ دگرگونی بزرگ، اثرات ناشی از نویز عامل غالب در دینامیک بی‌دررو هستند که در نتیجه آن  $n_W$  با افزایش نرخ دگرگونی  $\tau$ ، افزایش می‌یابد (با فرض ثابت بودن  $W$ ). در قلمرو پاد-کیبل-زورک، کاهش نرخ دگرگونی منجر به افزایش برانگیختگی سیستم می‌شود به نحوری که، در حد نرخ‌های دگرگونی خیلی بزرگ،  $n_W$  بطور کامل توسط جزء پاد-کیبل-زورک تعیین می‌گردد؛ این ویژگی توسط تخمین‌های تحلیلی به دست آمده در مرجع‌های [۳۹-۴۶] تایید شده است.

رقابت بین رفتار بی‌دررو و انباشتگی برانگیختگی‌های ناشی از نویز در مشاهده‌پذیرهای دیگر نیز دیده می‌شود (شکل ۲ (ب))

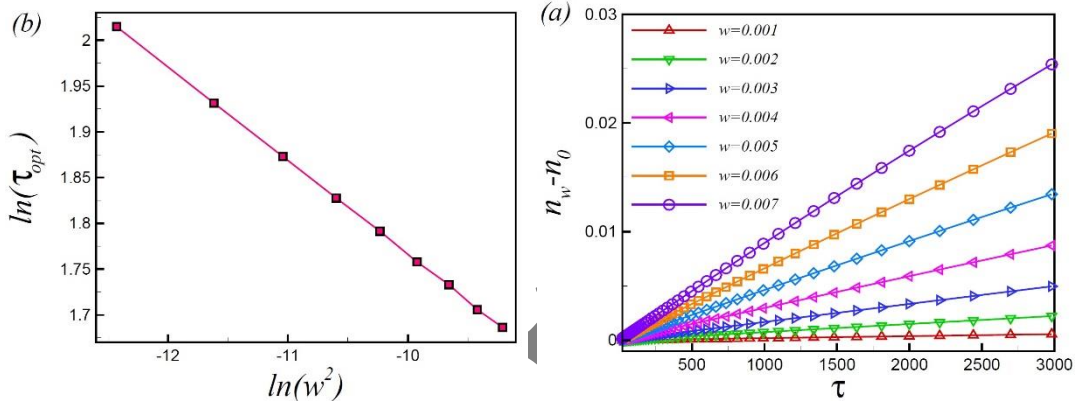
و(ج)). در مدل سو-شریفر-هیگر برای  $W = 0$ ، مقدار  $Q$  به صورت جبری با نرخ دگرگونی تغییر می‌کند (سازوکار کیبل-زورک). همانطور که مشاهده می‌شود، پس از گذر از نرخ دگرگونی بهینه، رفتار پاد-کیبل-زورک در سیستم حاکم می‌شود (شکل ۲ (ب)) که نرخ دگرگونی بهینه در کمیت‌های مختلف متفاوت است. می‌توانیم سهم برانگیختگی‌های ناشی از نویز را از تفاضل چگالی برانگیختگی‌های بدون نویز و چگالی برانگیختگی‌ها در حضور نویز به دست آوریم (شکل ۳ (الف)). داده‌ها در شکل ۳ (الف) تایید می‌کند که برای نرخ‌های دگرگونی در حد متوسط و کوچک، برانگیختگی‌های موجود آمده به واسطه حضور نویز به خوبی توسط یک نرخ گرمایش  $r$  تعیین می‌شود که این رفتار با رابطه (۱) مطابقت دارد. در این محدوده، برانگیختگی‌های اضافی یک افزایش خطی،  $\delta n_W \approx r\tau$ ، نشان می‌دهند. انتظار می‌رود انحراف از رفتار خطی به صورت تابعی از نرخ دگرگونی وجود داشته باشد که برای زمان‌های طولانی قابل مشاهده است.

در ادامه اعتبار فرض ارائه شده در معادله (۱) را، که نرخ دگرگونی بهینه را به شدت نویز مرتبط می‌کند، بررسی می‌کنیم. نرخ گرمایش توسط دامنه افت و خیزهای نویز  $W^2$  تعیین می‌گردد که در شکل ۳ (ب) دیده می‌شود. در سیستم‌های باز، این مقیاس‌گذاری توسط محدودیت‌های سرعت کوانتومی اعمال می‌شود [۴۷ و ۴۸]. با کمینه کردن چگالی برانگیختگی‌ها بر حسب تابعی از نرخ دگرگونی، و برای شدت نویزهای مختلف، مقیاس بندی نرخ دگرگونی بهینه بر حسب  $W$  را بررسی می‌کنیم. اعمال برازش خطی<sup>۱</sup> روی داده‌ها نشان می‌دهد که چگالی برانگیختگی‌ها هنگامی کمینه می‌شود که زمان دگرگونی  $\tau_{\text{opt}} \propto (W^2)^b$  باشد که در آن  $b = 0.102$  است و با پیش‌بینی نظری  $\tau_{\text{opt}} \propto (W^2)^{-2/3}$  در معادله (۲) سازگار نیست. این نتیجه، یک حد بالا بر نرخ دگرگونی در رویه تبرید کوانتومی اعمال می‌کند که برای مقادیر بیشتر، رفتار پاد-کیبل-زورک غالب است و چگالی برانگیختگی‌ها با زمان دگرگونی افزایش می‌یابد

<sup>1</sup> Linear fit



شکل ۲. رفتار پاد-کیبل-زورک ناشی از پارامتر جفت‌شدگی نویزدار. (الف) چگالی برانگیختگی‌ها پس از اتمام دگرگونی برای مقادیر مختلف  $w$  و به صورت تابعی از نرخ دگرگونی خطی  $\tau$ . همانگونه که مشخص است، برخلاف حالت بدون نویز، در حضور نویز میانگین چگالی برانگیختگی‌ها از مقیاس‌بندی پیش‌بینی شده توسط KZM تبعیت نمی‌کند. (ب) وابستگی مشابهی در چگالی انرژی باقیمانده  $Q$  مشاهده می‌شود. (ج) اثرات ناشی از نویز در  $\Delta E$  که برای نرخ‌های دگرگونی کوچکتر نیز قابل ملاحظه است.



شکل ۳. (الف) اختلاف بین میانگین چگالی برانگیختگی‌ها در حضور و عدم حضور نویز. برای  $w^2\tau < 1$ ، تفاضل چگالی برانگیختگی‌های ناشی از وجود و عدم وجود نویز به صورت تابع خطی نسبت به زمان دگرگونی  $\tau$  افزایش می‌یابد. (ب) نرخ دگرگونی بهینه بر حسب توان دوم شدت نویز، که مقیاس‌بندی پیش‌بینی شده بین نرخ دگرگونی بهینه  $\tau_{opt}$  و شدت نویز را تایید می‌کند.

می‌دهد. نتایج به دست آمده محدودیت‌های مربوط به شیوه‌های بی‌دررو را مشخص می‌کند و نشان می‌دهد که نرخ دگرگونی تبرید بهینه، از یک رابطه مقیاسی جهانشمول، به صورت تابعی از دامنه افت‌وخیزهای نویز تبعیت می‌کند.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک سازوکار ساده ارائه داده‌ایم که رفتار پاد-کیبل-زورک در دینامیک بحرانی کوانتومی یک سیستم در تعادل گرمایی در حضور پارامتر جفت‌شدگی دارای نویز را شرح

#### مراجع

1. J I Cirac, and P Zoller, *Nat. Phys.* **8** (2012) 264.
2. E Farhi, J Goldstone, and S Gutmann, arXiv:quant-ph/0201031.
3. S Suzuki, H Nishimori, and M Suzuki, *Phys. Rev. E* **75** (2007) 051112.
4. M Born, and V A Fock, *Z. Phys. A* **51** (1928) 165; T Kato, *J. Phys. Soc. Jpn.* **5** (1950) 435; J E Avron, and A Elgart, *Commun. Math. Phys.* **203** (1999) 445.
5. J Dziarmaga, *Adv. Phys.* **59** (2010) 1063.
6. A Polkovnikov, K Sengupta, A Silva, and M Vengalattore, *Rev. Mod. Phys.* **83** (2011) 863.
7. A del Campo, and W H Zurek, *Int. J. Mod. Phys. A* **29** (2014) 1430018.
8. B Damski, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 035701.
9. W H Zurek, U Dorner, and P Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 105701.
10. J Dziarmaga, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 245701.

11. A Polkovnikov, *Phys. Rev. B* **72** (2005) 161201(R).
12. T W B Kibble, *J. Phys. A* **9** (1976) 1387; *Phys. Rep.* **67** (1980) 183.
13. W H Zurek, *Nature* (London) **317** (1985) 505; *Acta Phys. Pol. B* **24** (1993) 1301; *Phys. Rep.* **276** (1996) 177.
14. S M Griffin, M Lilienblum, K T Delaney, Y Kumagai, M Fiebig, and N A Spaldin, *Phys. Rev. X* **2** (2012) 041022.
15. D Chen, M White, C Borries, and B DeMarco, *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 235304.
16. R Barends *et al.*, *Nature* (London) **534** (2016) 222.
17. S Ulm, J Roßnagel, G Jacob, C Degünther, S T Dawkins, U G Poschinger, R Nigmatullin, A Retzker, M B Plenio, F Schmidt-Kaler, and K Singer, *Nat. Commun.* **4** (2013) 2290.
18. K Pyka, J Keller, H L Partner, R Nigmatullin, T Burgermeister, D-M Meier, K Kuhlmann, A Retzker, M B Plenio, W H Zurek, A del Campo, and T E Mehlstäubler, *Nat. Commun.* **4** (2013) 2291.
19. A del Campo, T W B Kibble, and W H Zurek, *J. Phys. Condens. Matter* **25** (2013) 404210.
20. S-Z Lin, X Wang, Y Kamiya, G-W Chern, F Fan, D Fan, B Casas, Y Liu, V Kiryukhin, W H Zurek, C D Batista, and S-W Cheong, *Nat. Phys.* **10** (2014) 970.
21. A Dutta, A Rahmani, and A del Campo, *Phys. Rev. Lett.* **117** (2016) 080402.
22. D Patanè, A Silva, L Amico, R Fazio, and G E Santoro, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 175701.
23. D Patané, L Amico, A Silva, R Fazio, and G E Santoro, *Phys. Rev. B* **80** (2009) 024302.
24. S Yin, P Mai, and F Zhong, *Phys. Rev. B* **89** (2014) 094108.
25. S Braun, M Friesdorf, S S Hodgmana, M Schreiber, J P Ronzheimer, A Riera, M del Rey, I Bloch, J Eisert, and U Schneider, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **112** (2015) 3641.
26. Y Yanay, and E J Mueller, *Phys. Rev. A* (2016) 013622.
27. A Rivas, O Viyuela, and M A Martin-Delgado, *Phys. Rev. B* **88** (2013) 155141.
28. O Viyuela, A Rivas, and M A Martin-Delgado, *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 076408.
29. P Nalbach, S Vishveshwara, and A A Clerk, *Phys. Rev. B* **92** (2015) 014306.
30. W P Su, J R Schrieffer, and A J Heeger, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1698.
31. L D'Alessio, and A Rahmani, *Phys. Rev. B* **87** (2013) 174301.
32. A Rahmani, *Mod. Phys. Lett. B* **27** (2013) 1330019.
33. E A Novikov, *JETP* **20** (1965) 1290.
34. A Rahmani, *Phys. Rev. A* **92** (2015) 042110.
35. H Pichler, J Schachenmayer, A J Daley, and P Zoller, *Phys. Rev. A* **87** (2013) 033606.
36. H P Breuer, and F Petruccione, “*The Theory of Open Quantum Systems*”, Oxford University Press, New York, (2002).
37. C De Grandi, V Gritsev, and A Polkovnikov, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 012303.
38. G Bunin, L D'Alessio, Y Kafri, and A Polkovnikov, *Nat. Phys.* **7** (2011) 913.
39. G J Milburn, *Phys. Rev. A* **44** (1991) 5401.
40. H Moya-Cessa, V Bužek, M S Kim, and P L Knight, *Phys. Rev. A* **48** (1993) 3900.
41. A A Budini, *Phys. Rev. A* **64** (2001) 052110.
42. A Rahmani, *Phys. Rev. A* **92** (2015) 042110.
43. G Lindblad, *Commun. Math. Phys.* **48** (1976) 119.
44. Y Kayanuma, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53** (1984) 108.
45. V L Pokrovsky and, N A Sinitsyn, *Phys. Rev. B* **67** (2003) 144303.
46. V L Pokrovsky and, N A Sinitsyn, *Phys. Rev. B* **69** (2004) 104414.
47. M M Taddei, B M Escher, L Davidovich, and R L de Matos Filho, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 050402.
48. A del Campo, I L Egusquiza, M B Plenio, and S F Huelga, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 050403.