

## مطالعه تأثیر توزیع گوسی طول همدوسی چشمه نور در پراش از تک شکاف و دریچه دایره‌ای به روش مونت کارلو

احسان کوشکی و سید علی اصغر علوی

گروه فیزیک دانشگاه حکیم سبزواری، صندوق پستی ۹۶۱۷۹۷۶۴۸۷، سبزوار

پست الکترونیکی: s.alavi@hsu.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۳۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۱۱/۲۲)

### چکیده:

پراش فرانوفر از تک شکاف و همچنین دریچه دایره‌ای را در شرایطی بررسی می‌کنیم که چشمه نور تک فام ولی به طور جزئی همدوس باشد. در این مقاله سعی داریم مسئله را به واقعیت نزدیک‌تر کنیم و طول همدوسی را ثابت نگرفته و برای آن یک تابع توزیع به صورت گوسی در نظر بگیریم. مطالعه عددی تأثیر پارامترهای همدوسی با توزیع گوسی بر الگوی پراش میدان دور انجام می‌شود. در مورد تک شکاف، با کاهش طول همدوسی، هیچ انحراف قابل توجهی در قله مرکزی آن به وجود نمی‌آید، اما در مرتبه‌های بالاتر پراش، کاهش آشکار می‌شود که البته به شکل توزیع گوسی طول همدوسی بستگی دارد. برای دریچه‌های دایره‌ای، پارامترهای تابع توزیع طول همدوسی بر شکل توزیع شدت نور تأثیر می‌گذارد و الگوی پراش مرتبه اول کاهش می‌یابد و با کاهش نسبی طول همدوسی، اولین مرتبه الگوی پراش حلقوی به تدریج از بین می‌رود. **واژه‌های کلیدی:** روش مونت کارلو، پراش فرانوفر، همدوسی پاره‌ای زمانی، تک شکاف، شکاف دایره‌ای، توزیع گوسی.

### ۱. مقدمه

انجام شده است. در مقاله [۳] تداخل چند باریکه ای با نور همدوس پاره‌ای مورد سنجش و ارزیابی قرار گرفته است. تحلیل نظری پراش فرنل همدوس پاره‌ای از تک شکاف در [۴] بررسی شده است. فناوری جدید در مهندسی همدوسی برای کنترل خواص همدوسی پاره‌ای فضایی و زمانی با استفاده از تصویرگر DLP در [۵] بررسی شده است. تپ‌های همدوس پاره‌ای زمانی در محیط‌های پاشنده در مرجع [۶] مورد مطالعه قرار گرفته است که نتایج آن در پالس‌های فوق کوتاه کاربرد دارد. در [۷] خواص همدوسی فضایی و زمانی پالس‌های لیزر الکترون آزاد در رژیم به شدت فرابنفش مورد بحث و مطالعه قرار گرفته است. در دو کار گذشته خودمان [۸ و ۹] به بررسی پراش باریکه‌های همدوس پاره‌ای زمانی از تک شکاف، شکاف دایره‌ای و چند شکافی پرداخته‌ایم. در این کارها، طول همدوسی پرتوها یکسان و برابر در نظر

همدوسی در ابتدا در ارتباط با آزمایش دو شکافی یانگ در نورشناسی مطرح شد اما امروزه در حوزه‌های مختلفی از علم صوت، مهندسی برق، علوم اعصاب و مکانیک کوانتومی گرفته تا هولوگرافی، آرایه‌های آنتنی، توموگرافی اپتیکی، تارهای نوری و تداخل سنح‌های نوری و رادیویی در نجوم کاربرد دارد. بنابراین مطالعه همدوسی از اهمیت زیادی هم از جنبه نظری و هم عملی برخوردار است. پراش نور همدوس، ناهمدوس و همدوس پاره‌ای از چشمه‌ای با گستره محدود در مرجع [۱] مورد مطالعه قرار گرفته است. در [۲] مطالعه نظری و تجربی توزیع شدت پراش فرانوفر تک شکاف و شکاف دایره‌ای تابش شده با نور همدوس پاره‌ای،

$$I_p(\theta) = \frac{c\epsilon_0}{2} \left[ \frac{b^2}{3} \left( \frac{E_L}{r} \right)^2 + 2b \left( \frac{E_L}{r} \right)^2 \right] \quad (2)$$

$$\int_{y=0}^{y=b} \left( 1 - \frac{y}{b} \right) \left( 1 - \frac{y|\sin\theta|}{b} \eta \right) \cos(ky \sin\theta) dy,$$

حاصل انتگرال نیز در پیوست آورده شده است.

در مورد دریچه دایره‌ای پراش، که اهمیت زیادی در اپتیک و ادوات وابسته به آن دارد، دریچه‌ای با شعاع  $r_a$  را در نظر می‌گیریم که در نزدیکی کانون یک پرتو لیزر گوسی و در فاصله  $z$  از کانون واقع شده است. میدان الکتریکی این پرتو در محل دریچه چنین خواهد بود [۱۰ و ۱۱]:

$$E(z, r) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\{-i(kz - \arctan(\frac{z}{z_0}))\}. \quad (3)$$

$$\exp\{-r^2 \left( \frac{1}{w^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)} \right)\},$$

که در آن  $r$  و  $w_0$  به ترتیب مختصات شعاعی و شعاع کمر

پرتو هستند. نیز  $z_0 = \frac{kw_0^2}{2}$ ،  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2}$

$R(z) = z \left( 1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right)$  شعاع پرتو، طول رایلی و شعاع جبهه

موج در نقطه  $z$  است. نقش پراش در فاصله  $d$  با در نظر گرفتن

طول همدوسی به صورت زیر است [۸]:

$$E(\rho) = \frac{1}{i\lambda d} \int_{r=0}^{r=r_a} J_0(k\theta r) E(r, z) \left( 1 - \frac{r|\sin\theta|}{r_a} \eta \right) 2\pi r dr, \quad (4)$$

که در اینجا  $\eta = \frac{r_a}{L}$  پارامتر ناهمدوسی دریچه نام دارد. نیز

$J_0(x)$  و  $\rho \approx d\theta$  به ترتیب تابع بسل مرتبه صفرم نوع اول

و مختصات شعاعی در میدان دور هستند.

### ۳. بحث و نتایج

در شکل ۱، نقش پراش نور همدوس پاره‌ای زمانی با طول موج  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  از تک شکاف با پهنای  $b = 10 \mu\text{m}$  در

ناحیه دور ( $d = 200 \text{ cm}$ ) را مشاهده می‌کنیم. در این شکل،

طول قطارهای موج پیوسته (یا طول همدوسی) ثابت و

یکنواخت است. با کاهش طول همدوسی و افزایش پارامتر

ناهمدوسی  $\eta = b/L$  از مقدار واحد، الگوی نقش پراش

تغییر یافته، گو این که قله‌های مرتبه اول پراش در حال از بین

گرفته شده است اما در این مقاله، تعمیمی از کارهای انجام شده در [۲] را ارائه می‌کنیم که در آن طول همدوسی را ثابت در نظر نگرفته بلکه برای آن یک تابع توزیع به صورت گوسی در نظر می‌گیریم. یکی از دلایل توزیع گوسی زمان همدوسی (و متناظراً طول همدوسی) در گازها، برخوردهای حرارتی است. در چشمه‌های حرارتی هر اتم یا مولکول ساطع کننده انرژی، در طول مسیر حرکت خود برخوردهایی با دیگر اتم‌ها انجام می‌دهد که باعث پراش‌های فازی کاتوره-ای می‌شود. زمان بین دو برخورد متوالی را می‌توان به صورت آماری با تابع گوسی معرفی کرد. بین دو برخورد متوالی، پرتو خروجی از چشمه را می‌توان همدوس در نظر گرفت و از این رو قطارهای موج خروجی نیز توزیع زمان همدوسی گوسی دارند. در این مقاله، قصد داریم تأثیر توزیع گوسی طول همدوسی را بر نقش پراش حاصل از تک شکاف و دریچه دایره‌ای بررسی کنیم. خواهیم دید پارامترهای توزیع گوسی می‌توانند در کاهش اثرات مخرب طول همدوسی کوتاه جبران کننده باشند.

### ۲. تئوری

فرض کنید نوری تکفام با بسامد  $\omega$  و با زمان همدوسی  $\tau_0$

به  $N$  شکاف کاملاً یکسان بتابد. در مقاله قبلی [۸] نشان

دادیم که  $N$  عدد چشمه نور با شدت یکسان  $I$  خواهیم

داشت و شدت نوری که به نقطه دلخواه  $P$  خواهد تابیده

برابر است با:

$$I_p = NI + 2I \sum_{j=1}^{N-1} (N-j) \left( 1 - \frac{j|\tau|}{\tau_0} \right) \cos(j\omega\tau), \quad (1)$$

که در آن  $\tau$  زمان تأخیر نسبی رسیدن نور از دو چشمه متوالی

نسبت به هم، به نقطه  $P$  است و به دلیل اختلاف فاصله شکاف‌ها

تا این نقطه به وجود می‌آید. اگر  $\tau_0 \rightarrow \infty$  باشد همدوسی

کامل زمانی خواهیم داشت.

این رابطه را می‌توان به یک تک شکاف به عنوان مجموعه‌ای

پیوسته از چشمه‌های نقطه‌ای تعمیم داد که جزییات محاسبات

آن در پیوست مقاله آمده است و خواهیم داشت:

و پهنای توزیع به جای  $w, w_0$  باشد. می توان  $L$  های تصادفی با توزیع گاوسی را از  $y$  های بیشتر ذکر شده به دست آورد:

$$L = L_0 + \delta y, \quad (6)$$

اگر  $y$  ها را دارای بعد طول بگیریم،  $\delta$  کمیتی بدون بعد خواهد بود. با توجه به این که پهنای نیم بیشینه  $y$  ها برابر  $w_0 = 2,3$  است، پهنای این توزیع چنین خواهد بود:

$$w = \delta w_0 = 2,3\delta, \quad (7)$$

در شکل ۳ توزیعی گاوسی از  $y$  ها را به توزیع هایی از  $L$  ها با  $L_0$  و  $w$  متفاوت تبدیل کرده ایم. اینگونه می توان هر توزیع طبیعی از طول های همدوسی خلق کرد.

در گام بعد قصد داریم پراش حاصل از پرتوهای دارای همدوسی پاره ای با طول همدوسی توزیع یافته گاوسی را به دست آوریم. برای این کار،  $L$  های استخراج شده از معادله (۶) را در رابطه (۲) و شدت تابش حاصل از رابطه (۴) قرار می دهیم و توزیع پراش فرانهورفر حاصل از آن را برای کسر کوچکی از ثانیه به دست می آوریم. این کار را چند صد تا چند هزار بار انجام داده و  $L$  های با توزیع گاوسی هر یک در کسری از زمان، در نقش پراش مشارکت می کنند. نقش پراشی که به عنوان ناظر خواهیم دید، میانگین تصویرهای حاصل است که البته تصویری کاملاً پایدار و ماناست. بدینگونه نقش پراشی به دست می آید که اثر توزیع گاوسی طول همدوسی تابش در آن هویدا و قابل بررسی است.

در شکل ۴ پراش حاصل از تک شکافی با پهنای  $b = 30 \mu m$  را برای نوری با طول موج  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  (لیزر هلیوم نئون) در حالت های با  $L_0$  و  $\eta$  متفاوت می بینیم. شکل ب بزرگنمایی شکل الف حول پراش مرتبه اول است. چنانکه مشاهده می کنیم، هر چه طول همدوسی کوتاه تر و ضریب ناهمدوسی بیشتر باشد، نقش مرتبه اول پراش محوتر می شود. بر عکس با افزایش طول همدوسی، قلّه پراش مرتبه اول واضح تر خواهد بود (مورد  $d$  همدوسی (تقریباً) کامل است). تا اینجا نتایج حاصل از مقاله قبلی ما است [۸] و توزیعی برای طول همدوسی در نظر گرفته نشده است و آن را یکنواخت در نظر گرفته ایم ( $\delta = 0$ ).

رفتن هستند. به ازای  $\eta \geq 1$  تغییرات در شکل توزیع شدت آغاز شده و ادامه می یابد تا نقش پراش های مرتبه اول کاملاً ناپدید شوند (شکل ۱.c). جزئیات این پدیده به طور کامل در مقاله قبلی مان شرح داده شده است [۸].

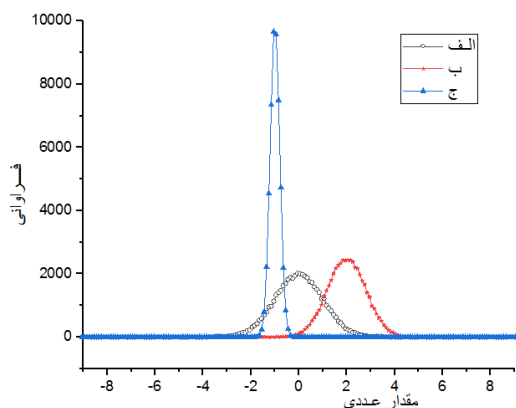
تا اینجا پرتو را دارای همدوسی پاره ای زمانی با زمان همدوسی  $\tau_0$  و طول همدوسی یکنواخت  $L_0$  در نظر گرفتیم. اکنون می خواهیم حالتی را در نظر بگیریم که طول قطارهای موج ثابت نیست بلکه توزیع گاوسی دارد.

همان طور که در مقدمه اشاره شد زمان بین دو برخورد متوالی اتم ها را می توان به صورت آماری با تابع گاوسی نمایش داد. برای ایجاد این تابع گاوسی از روش تولید اعداد تصادفی با توزیع گاوسی به روش مونت کارلو بهره می گیریم. در اکثر زبان های برنامه نویسی از جمله فرترن ۹۰، کامپایلر اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت بین صفر تا یک تولید می کند. به روش هایی می توان آن را به توزیع های مورد نظر تبدیل کرد. یکی از این روش ها که به روش های مونت کارلو معروف است استفاده از توابع تبدیل است که بر اساس پایسته ماندن مجموع احتمال ها برابر با واحد کار می کند [۱۲] و [۱۳]. اگر  $x_0$  و  $x_1$  ها دو توزیع یکنواخت از اعداد بین ۰ تا ۱ تولید شده توسط برنامه باشند،  $y$  با تابع زیر توزیع گاوسی خواهد داشت:

$$y = \sqrt{-2 \ln x_1} + \cos(2\pi x_0), \quad (5)$$

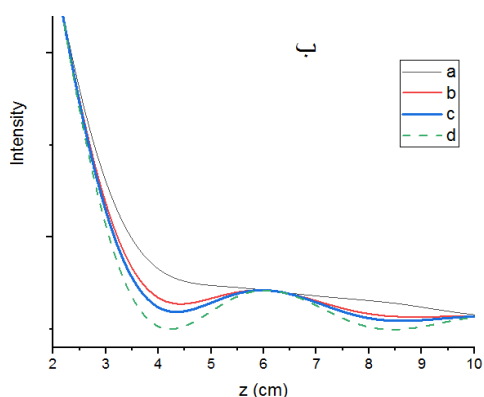
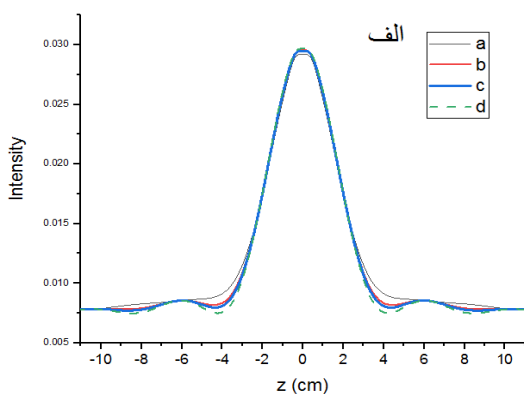
در شکل ۲. الف نقاطی با مختصات  $(x, y)$  در صفحه ایجاد شده اند که  $x$  آنها توزیع یکنواخت از ۰ تا ۱ و  $y$  آنها توزیع گاوسی به روش فوق دارد. شکل و به ویژه توزیع نمایی در راستای  $y$  بیانگر کارایی روش است و تولید اعداد تصادفی با توزیع گاوسی بین ۰-۵ تا ۵ را تأیید می کند. در شکل ۲. ب تعداد  $n$  عدد تصادفی با توزیع گاوسی ایجاد شده و فراوانی اعداد ایجاد شده رسم شده اند که به وضوح گاوسی با پهنای نیم بیشینه  $w_0 = 2,3$  است. به ازای هر مقدار  $n$ ، کمیت  $w_0$  تغییر نمی کند.

اما چگونه این توزیع را به توزیع طول همدوسی ارتباط دهیم؟ برای این تبدیل فرض کنید  $m$  و میانگین توزیع به جای صفر،  $L_0$

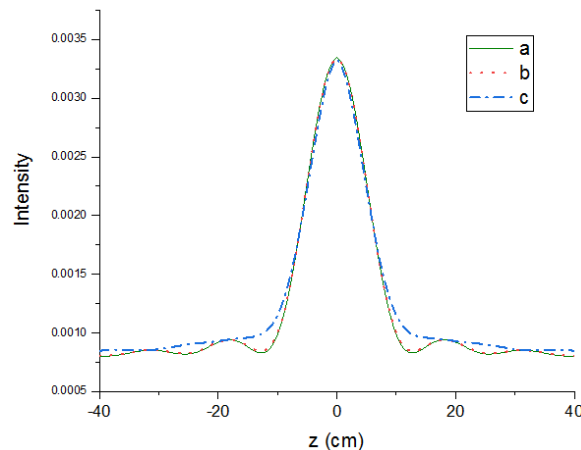


شکل ۳. فراوانی ۵۰۰۰۰ عدد تصادفی تولید شده با توزیع گوسی تبدیل یافته با معادله (۶) الف- توزیع اصلی (بها با  $w_0 = 2.3$ )،

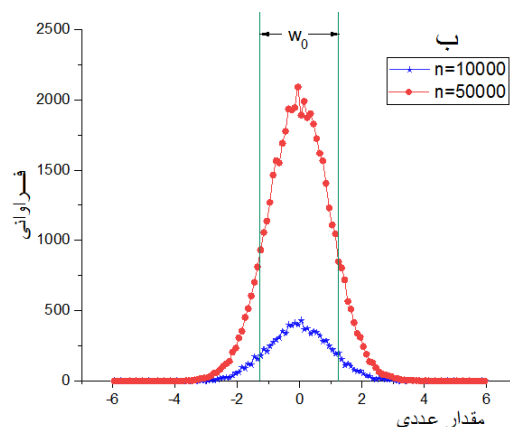
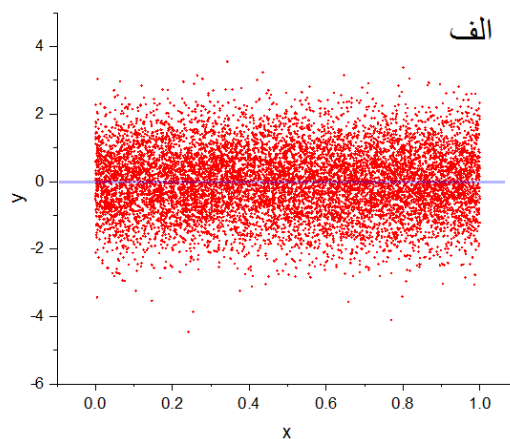
ب-  $L_0 = 2$  ها با  $L_0 = -1$  و  $\delta = 0.2$  و  $L_0 = 2$  و  $\delta = 0.8$  (بها با  $w_0 = 1.86$ )، ج-  $L_0$  ها با  $(w_0 = 0.46)$ .



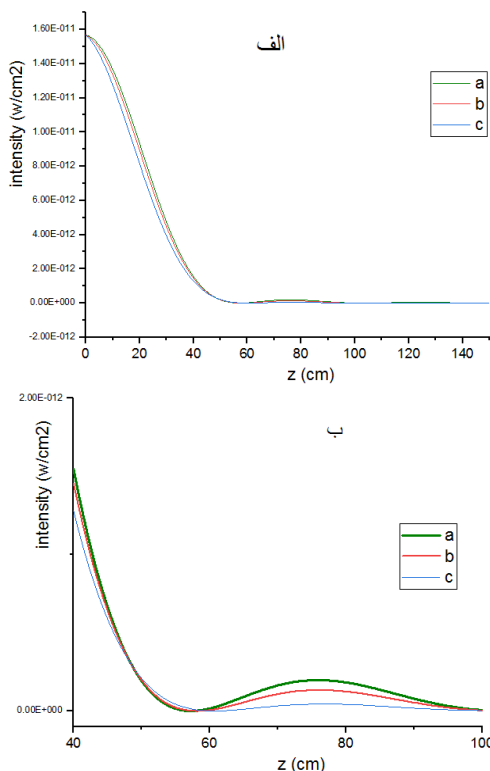
شکل ۴. توزیع شدت پراش یافته برای  $b = 30 \mu m$  (الف) نمای کلی پراش و (ب) بزرگنمایی روی مرتبه اول پراش است و (a)  $\eta = 30$  ( $L_0 = 1 \mu m$ )، (b)  $\eta = 15$  ( $L_0 = 2 \mu m$ )، (c)  $\eta = 10$  ( $L_0 = 3 \mu m$ ) و (d) همدوسی کامل  $\eta = 0.003$  ( $L_0 = 1 cm$ ).



شکل ۱. توزیع شدت حاصل از تک شکاف با پهنای  $b = 10 \mu m$  در فاصله ۲۰۰ سانتی متری روی پرده (a).  $L_0 = 10000 \mu m$  و  $L_0 = 1 \mu m$  (c) و  $\eta = 1$  و  $L_0 = 10 \mu m$  (b)  $\eta = 0.001$  و  $\eta = 10$ .

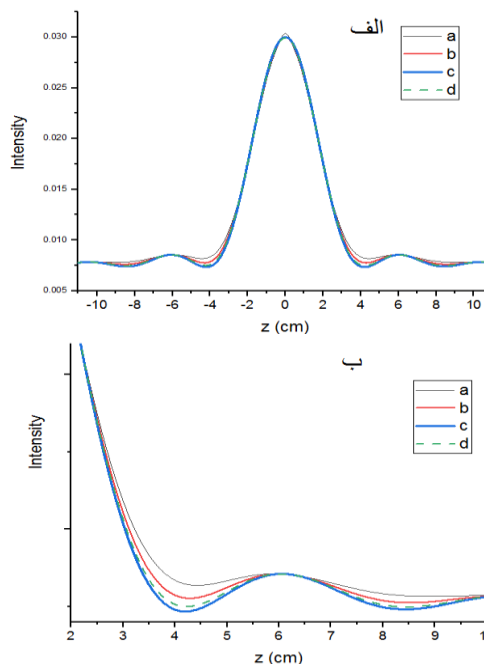


شکل ۲. (الف) توزیعی از نقاط تصادفی در صفحه که x آنها به طور یکنواخت و y آنها به طور گوسی توزیع یافته‌اند. (ب) فراوانی اعداد تصادفی تولید شده با توزیع گوسی بر حسب مقدار عدد تولید شده به ازای تعداد تولیدهای مختلف n.  $w_0$  پهنای نیم بیشینه برای هر تعداد تولید یکسان است.

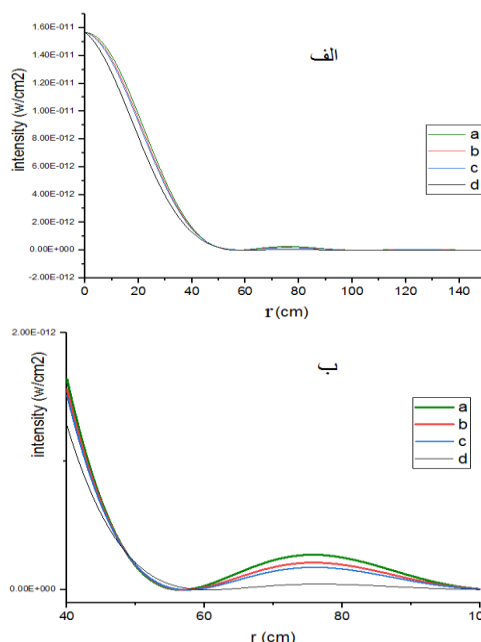


شکل ۷. الف) شکل توزیع شدت پراش از دریچه دایره‌ای با شعاع  $r_a = 2 \mu m$  و بزرگنمایی روی حلقه اول پراش برای طول همدوسی  $L_s = 1 \mu m$  و پهنای نیم بیشینه توزیع گاوسی (a)  $w = 3.2 \mu m$  (b)  $w = 2.3 \mu m$  (c)  $w = 0$  که همان شکل d.6 است.

در شکل ۵. الف همان پیکربندی شکل قبلی ( $b = 3.0 \mu m$ ) را برای نوری با طول موج  $\lambda = 632.8 nm$  (لیزر هلیوم نئون) و با طول همدوسی میانگین  $L_s = 2 \mu m$  ( $\eta = 15$ ) در نظر گرفته‌ایم، ولی در حالتی که طول همدوسی توزیع گاوسی دارد و توزیع پهنای نیم بیشینه  $w$  متفاوتی دارد. قصد داریم تأثیر  $w$  بر نقش پراش به ویژه مرتبه اول پراش را بررسی کنیم. همانگونه که در شکل می‌بینیم با تبدیل طول همدوسی از کمیتی یکنواخت به توزیعی گاوسی با پهنای  $w$  و نیز افزایش آن، وضوح قله پراش مرتبه اول زیاد می‌شود و منحنی تابع توزیع پراش به سمت منحنی همدوسی کامل پیش می‌رود. هر چند  $L_s$  کوچک است ولی با افزایش کمیت‌های  $w$  و  $\delta$ ، از تخریب مرتبه اول پراش جلوگیری می‌شود. منحنی شکل d.5 همان منحنی شکل d.4 است که برای مقایسه و به عنوان معیار تقریبی همدوسی کامل آورده شده است. این نتایج به‌ازای مقادیر مختلف پهنای نیم بیشینه و طول همدوسی باز به‌دست آمده



شکل ۵. الف) توزیع شدت پراش یافته و ب) بزرگنمایی روی قله مرتبه اول پراش‌ها و مقایسه آنها با یکدیگر به ازای پهنای توزیع طول همدوسی مختلف برای مورد  $L_s = 2 \mu m$ ،  $b = 3.0 \mu m$  و  $w = 0$  (a) و  $w = 0$  (b) ( $\eta = 15$ ) و  $w = 3.2 \mu m$  (c) و  $w = 0$  (d) ولی این حالت همانند حالت شکل d.4 است و بیانگر همدوسی کامل (تقریباً کامل) است.



شکل ۶. الف) شکل توزیع شدت پراش از دریچه دایره‌ای و ب) بزرگنمایی روی حلقه اول پراش به ازای مقادیر مختلف طول همدوسی: a-  $\eta = 0.002$  ( $L_s = 1 cm$ ) b-  $\eta = 0.4$  ( $L_s = 5 \mu m$ ) c-  $\eta = 0.66$  ( $L_s = 3 \mu m$ ) و d-  $\eta = 2$  ( $L_s = 1 \mu m$ )

$$E_L = \frac{1}{b} \lim_{N' \rightarrow \infty} (\varepsilon_0 N'), \quad (A-1)$$

که  $\varepsilon_0$  میدان نور هر یک از چشمه‌های نقطه‌ای است. این تعریف باعث می‌شود واگرایی در شدت چشمه‌های نور نامتناهی به وجود نیاید. میدان الکتریکی  $\mathbf{z}$  امین جزء با پهنای  $\Delta y_j$  در فاصله  $r$  چنین خواهد بود:

$$E_j = \frac{1}{br} \lim_{N' \rightarrow \infty} (\varepsilon_0 N') \Delta y_j, \quad (A-2)$$

جمله دوم معادله (۱) را صرفنظر از ضریب  $\frac{c\varepsilon_0}{\tau}$  می‌توان چنین نوشت:

$$I = \tau \lim_{N' \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{1}{br_j} (\varepsilon_0 N') \Delta y_j \right)^2 \quad (A-3)$$

$$(N-j) \left( 1 - \frac{j|\tau|}{\tau} \right) \cos(j\omega\tau),$$

از ترکیب دو معادله اخیر داریم:

$$\tau \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{E_L}{r_j} \Delta y_j \right)^2 (N-j). \quad (A-4)$$

$$\left( 1 - \frac{j|\tau|}{\tau} \right) \cos(j\omega\tau),$$

اگر  $\theta$  زاویه مشاهده هدف نسبت به جزء مورد نظر باشد داریم:

$$|\tau| = \frac{b|\sin\theta|}{Nc}, \quad (A-5)$$

و این با توجه به معادله (A-4) به این صورت در خواهد آمد:

$$\tau \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{E_L}{r_j} \Delta y_j \right)^2 N \left( 1 - \frac{y_j}{b} \right). \quad (A-6)$$

$$\left( 1 - \frac{jb|\sin\theta|}{\tau Nc} \right) \cos\left( \frac{j\omega b \sin\theta}{Nc} \right),$$

در حد  $N \rightarrow \infty$  می‌توان نوشت:

$$\frac{jb}{N} \rightarrow y_j, \quad \frac{j}{N} \rightarrow \frac{y_j}{b}, \quad \frac{b}{N} \rightarrow \Delta y_j \quad (A-7)$$

و در نتیجه:

$$\tau \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{E_L}{r_j} \right)^2 \Delta y_j \Delta y_j. \quad (A-8)$$

$$\frac{b}{\Delta y_j} \left( 1 - \frac{y_j}{b} \right) \left( 1 - \frac{y_j |\sin\theta|}{\tau c} \right) \cos\left( \frac{\omega y_j \sin\theta}{c} \right),$$

که می‌توان آن را به صورت انتگرالی زیر نوشت:

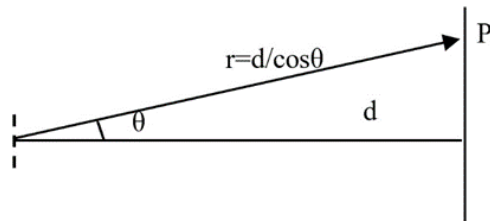
است. اکنون می‌خواهیم اعتبار نتایج را برای مورد پراش از درجه دایره‌ای بررسی کنیم. درجه‌ای دایره‌ای با شعاع لیزر با طول موج  $\lambda = 632.8$  نانومتر به آن می‌تابد. شعاع کمر پرتولیزر  $r_a = 2 \mu m$  در فاصله ۳ متری از پرده‌ای قرار گرفته است و نور لیزر با طول موج  $\lambda = 1 mm$  است و درجه در ۱ میلی‌متری نقطه کانونی پرتو لیزر قرار گرفته است. در شکل ۶ پراش حاصل از این درجه را به ازای مقادیر مختلف پارامتر ناهمدوسی دایره‌ای  $\eta = \frac{r_a}{L}$  بررسی می‌کنیم. در این شکل  $L$  کمیتی ثابت و یکنواخت است و توزیعی ندارد. اثرات مخرب کاهش طول همدوسی بر حلقه اول پراش زمانی که  $\eta > 1$ ، مشهود است. در شکل ۷ توزیعی گوسی برای  $L$  مطابق رابطه (۶) در نظر گرفته شده است. چنانکه دیده می‌شود، با افزایش پهنای توزیع گوسی از اثرات مخرب ناهمدوسی کاسته شده و به سمتی مشابه همدوسی کامل پیش می‌رویم. نتیجه مشابه حالت تک شکافی می‌شود.

#### ۴. نتیجه‌گیری

این مقاله، تعمیمی از کارهای قبلی ما در زمینه مطالعه اثر همدوسی زمانی پاره‌ای بر نقش پراش تک شکاف و شکاف دایره‌ای است که در آنها طول همدوسی را ثابت در نظر گرفته بودیم. در این مقاله، حالتی را بررسی می‌کنیم که طول همدوسی توزیع گوسی دارد و توزیع پهنای نیم بیشینه  $W$  متفاوتی دارد. تأثیر  $W$  بر نقش پراش به ویژه مرتبه اول پراش بررسی شده است. برای تک شکافی نشان داده‌ایم با افزایش پهنای نیم بیشینه، وضوح قله پراش مرتبه اول زیاد می‌شود و منحنی تابع توزیع پراش به سمت منحنی همدوسی کامل پیش می‌رود. در مورد شکاف دایره‌ای نیز نشان داده‌ایم با افزایش پهنای توزیع گوسی از اثرات مخرب ناهمدوسی کاسته شده و به سمتی مشابه همدوسی کامل پیش می‌رویم که نتیجه‌ای مشابه حالت تک شکافی است.

#### ۵. پیوست

پهنای شکاف را  $b$  گرفته و آن را شامل  $N'$  چشمه نقطه‌ای و  $N$  جزء یکسان می‌گیریم. مطابق شکل A-1 اگر  $E_L$  را مقدار میدان نور به ازای پهنای واحد شکاف در فاصله واحد از آن بگیریم [۱۴ و ۱۵] داریم:



شکل A-2. فاصله نقطه P تا شکاف است.

$$I_f = \left(\frac{E_L}{r}\right)^2 \frac{b^2}{3}, \tag{A-14}$$

با در نظر گرفتن ضریب  $\frac{c\epsilon_0}{2}$  به شدت در نقطه P می‌رسیم:

$$I_p(\theta) = \frac{c\epsilon_0}{2} \left[ \frac{b^2}{3} \left(\frac{E_L}{r}\right)^2 + \sqrt{b} \left(\frac{E_L}{r}\right)^2 \int_{y=-b}^{y=b} \left(1 - \frac{y}{b}\right) \left(1 - \frac{y|\sin\theta|}{b}\right) \eta \cos(ky \sin\theta) dy \right], \tag{A-15}$$

که  $k = \omega/c$  عدد موج و پارامتر  $\eta$  که نام آن را پارامتر ناهمدوسی شکاف نامیده‌ایم [۸]، به شکل زیر تعریف شده است:

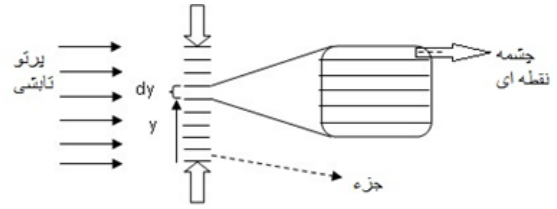
$$\eta = \frac{b}{l}, \tag{A-16}$$

که در آن  $l = c\tau$  طول قطار موج همدوس نور است. چون  $|\sin\theta|$  بسیار کوچک‌تر از یک است نگرانی از منفی شدن جمله دوم داخل انتگرال نداریم. معادله (A-15) جواب نهایی است و معرف پراش فرانوفر با در نظر گرفتن طول همدوسی است، و می‌توان با کدنویسی رایانه‌ای آن را به سادگی شبیه‌سازی و رسم کرد. همچنین می‌توان انتگرال را نیز محاسبه کرده و فرایند شبیه‌سازی را یک گام تسریع کرد. با معرفی

$$\beta = \frac{|\sin\theta|}{l}, \gamma = k \sin\theta, \alpha = \frac{1}{b} \tag{A-17}$$

جواب انتگرال معادله (A-15) به صورت زیر خواهد بود:

$$\int (1 - \alpha y)(1 - \beta y) \cos(\gamma y) dy = \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{2\alpha\beta}{\gamma^2}\right) \sin(\gamma y) - \left(\frac{\alpha + \beta}{\gamma}\right) y \sin(\gamma y) - \left(\frac{\alpha + \beta}{\gamma^2}\right) \cos(\gamma y) + \left(\frac{\alpha\beta}{\gamma}\right) y^2 \sin(\gamma y) + \left(\frac{2\alpha\beta}{\gamma^2}\right) y \cos(\gamma y), \tag{A-18}$$



شکل A-1. تصویری از تک شکاف به پهنای b و تقسیم بندی آن به اجزا و چشمه‌های نور.

$$I_r = \sqrt{b} \left(\frac{E_L}{r}\right)^2 \int_{y=-b}^{y=b} \left(1 - \frac{y}{b}\right) \left(1 - \frac{y|\sin\theta|}{\tau c}\right) \cos\left(\frac{y\omega \sin\theta}{c}\right) dy, \tag{A-9}$$

اما جمله اول رابطه (۱) در این تبدیل مجموعی از N حاصل ضرب داخلی هر یک از اجزا در نقطه P است. سهم این جمله را می‌توان چنین نوشت:

$$I_1 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{N-1} I_j = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{N-1} \left(\frac{1}{b^2 r^2} \lim_{N' \rightarrow \infty} \epsilon^2 N'' \Delta y_j^2\right) = \tag{A-10}$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{E_L}{r}\right)^2 \sum_{j=1}^{N-1} (\Delta y_j^2),$$

همچنین داریم:

$$\sum_{j=1}^{N-1} (\Delta y_j^2) = (\Delta y_1^2 + \Delta y_2^2 + \dots + \Delta y_{N-1}^2) = (\Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + \Delta y_{N-1})^2 - 2\Delta y_1 \Delta y_2 - 2\Delta y_2 \Delta y_3 - \dots, \tag{A-11}$$

چنانکه می‌دانیم  $\Delta y_1 = \Delta y_2 = \dots = \Delta y_{N-1}$  یعنی پهنای اجزا یکی است. پس:

$$\sum_{j=1}^{N-1} (\Delta y_j^2) = (\Delta y_1^2 + \Delta y_2^2 + \dots + \Delta y_{N-1}^2) = (\Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + \Delta y_{N-1})^2 - 2(\Delta y_1^2 + \Delta y_2^2 + \dots + \Delta y_{N-1}^2) \approx \tag{A-12}$$

$$(b)^2 - 2\left(\sum_{j=1}^{N-1} (\Delta y_j^2)\right),$$

این رابطه منجر می‌شود به:

$$\sum_{j=1}^{N-1} (\Delta y_j^2) = \frac{b^2}{3}, \tag{A-13}$$

و در نهایت می‌رسیم به:

اگر فاصله مستقیم شکاف از پرده روبه‌رو  $d$  باشد، فاصله آن از

$$r = \frac{d}{\cos \theta}$$

نقطه P مطابق شکل A-2 خواهد بود

## مراجع

1. J Bakos and K Kantor, *Nuovo Cimento* **22** (1961) 519.
2. R A Shore, B J Thompson, and R Whitney, *J. Opt. Soc. Am.* **56** (1966) 733.
3. B J Thompson, *J. Opt. Soc. Am.* **56** (1966) 1157.
4. T Asakura and H Mishina, *Opt. Commun.* **7** (1973) 38.
5. J A Rodrigo and T Alieva, "Fast control of temporal and spatial coherence properties of microscope illumination using DLP projector". Proc. of SPIE Vol. 9336 93360F-1.
6. Z Zhao, et al., *Appl. Sci.* **9**, 17 (2019) 3616
7. S Roling, et al., *Physical Review Special Topics - Accelerators And Beams* **14**, 080701 (2011).
8. E Koushki and S A Alavi, *Optics Communications* **441**(2019)33.
9. A study of the effects of Gaussian distribution of coherence length of source on the diffraction of partial temporal coherence beam from multi slits: Theory and simulation <https://doi.org/10.1016/j.rio.2023.100546>.
10. E Koushki and M H Majles Ara, *Optics Communications* **284** (2011) 5488
11. E Koushki and M H Majles Ara, H. Akherat Doost, *Applied Physics B* **115** (2014) 279.
12. Alex Gezerlis, "Numerical Methods in Physics with Python", 2020, Cambridge University Press(2020).
13. S Simon and H Martin, "Computational Methods in Physics", Springer", second edition, New York (2018).
14. E Hecht, "Optics", fifth ed., Pearson Education Limited, London (2017).
15. F Pedrotti and L S Pedrotti, "Introduction to Optics", second ed., Prentice-Hall, Inc, Sa+ddle River NJ (1993).