

فاز هندسی یک اتم دو ترازی در مجاورت یک تیغه دی الکتریک جاذب و پاشنده

سمیه محمدی عبدهوند^۱، احسان عموقربان^۱ و علی مهدی فر^{۲،۳}

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۲. مرکز تحقیقات نانو تکنولوژی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۳. گروه فیزیک، دانشکده فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

۴. گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی، دانشگاه اصفهان، اصفهان

پست الکترونیکی: ehsan.amooghorban@sku.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۶/۲۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۰۲/۲۳)

چکیده

در این مقاله به مطالعه فاز هندسی یک اتم دو ترازی در مجاورت یک تیغه دی الکتریک می پردازیم. بدین منظور، با به کار بردن معادله تحول زمانی فون-نویمن، ویژه مقادیر و ویژه بردارهای عملگر چگالی کاهش یافته سامانه اتمی را به دست می آوریم. سپس جابه جایی لمب و آهنگ های گذار سامانه اتمی را بر حسب تانسور گرین الکترومغناطیسی به دست می آوریم. در نهایت با محاسبه تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه و استفاده از رهیافت سینماتیک، فاز هندسی سامانه اتمی در مجاورت تیغه دی الکتریک را بررسی خواهیم کرد و نشان خواهیم داد که می توان از فاز هندسی به عنوان یک کاوه حساس به امواج پلاریتون-فونون های سطحی استفاده کرد.

واژه های کلیدی: فاز هندسی، پلاریتون-فونون های سطحی، تانسور گرین، جابه جایی لمب و آهنگ های گذار

۱. مقدمه

وسیله هایی است که برای نشان دادن چرخش زمین و همچنین کروی بودن آن استفاده می شود. اگر نوسانات این آونگ را روی سطح زمین دنبال کنیم، مشاهده می شود که پس از یک شبانه روز، صفحه نوسان به اندازه $2\pi(1-\cos\theta)$ چرخیده است که در آن θ بیانگر عرض جغرافیایی موقعیت آونگ است. میزان این چرخش مستقل از سرعت نوسان آونگ و حتی سرعت چرخش زمین است [۲].

مفهوم فاز هندسی اولین بار توسط پانکاراتنام حین مطالعه قطبش نور با استفاده از قطبنده های متوالی مطرح شد [۱]. او برای تعبیر تغییر فاز نور عبوری از مفهوم انتقال موازی استفاده کرد. این تغییر فاز ناشی از کروی بودن فضای پوانکاره قطبش نور بود.

آونگ فوکو نیز یکی از قدیمی ترین و مهم ترین

(رویکرد سینماتیک) [۹]. در این مقاله، با به کار بردن رهیافت سینماتیک که یک روش ساده و مناسب برای محاسبه فاز هندسی سامانه‌های در حالت آمیخته است، فاز هندسی یک اتم دو ترازوی را در مجاورت یک تیغه جاذب و پاشنده محاسبه می‌کنیم. بدین منظور، نخست به کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های مادی جاذب و پاشنده نیاز داریم. با به کار بردن رهیافت پدیده‌شناختی در کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های مادی و ذرات باردار، عملگرهای میدان الکترومغناطیسی را بر حسب تانسور گرین الکترومغناطیسی و عملگرهای بوزونی سامانه بیان می‌کنیم. سپس با به کار بردن معادله فون-نویمن و به دست آوردن پاسخ‌های آن، جابه‌جایی لمب و همچنین آهنگ‌های گذار سامانه اتمی را به دست می‌آوریم. در ادامه با محاسبه تانسور گرین متناظر با یک ساختار تیغه‌ای تخت تک‌لایه و به کار بردن رهیافت سینماتیک، به مطالعه فاز هندسی اتم دو ترازوی مزبور در نزدیکی یک تیغه دی‌الکتریک می‌پردازیم. در نهایت، به بررسی حساسیت فاز هندسی به پلاریتون-فونون‌های سطحی برانگیخته شده در تیغه دی‌الکتریک می‌پردازیم.

۲. روابط پایه و کوانتس میدان الکترومغناطیسی

در این بخش به معرفی مختصر کوانتس پدیده‌شناختی میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های دی‌الکتریک می‌پردازیم که بر اساس قضیه افت‌وخیز-اتلاف فرمول‌بندی می‌شود. در این رهیافت، به منظور در نظر گرفتن اثرات افت‌وخیز ناشی از اتلاف، چگالی قطبش نوفه به صورت دستی (پدیده‌شناختی) وارد معادله ساختمندی می‌شود [۱۰]:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_s \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{P}^N(\mathbf{r}, \omega). \quad (1)$$

عملگر چگالی قطبش را می‌توان بر حسب عملگر بوزونی $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r}, \omega)$ به صورت زیر بیان کرد:

$$\hat{\mathbf{P}}^N(\mathbf{r}, \omega) = i \sqrt{\frac{\hbar \varepsilon_s}{\pi}} \text{Im}[\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)] \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r}, \omega). \quad (2)$$

در اینجا عملگر بوزونی $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r}, \omega)$ بیانگر برانگیختگی بخش الکتريکی ماده است و مؤلفه‌های آن در دستگاه مختصات دکارتی روابط جابه‌جایی زیر را برآورده می‌کنند:

از طرف دیگر، یکی از آزمایش‌های مهم در حوزه مکانیک کوانتومی اثر آهارنوف بوهم است. در این آزمایش دیده می‌شود که عبور ذره‌های باردار پیرامون ناحیه‌ای که در آن میدان مغناطیسی حضور دارد، با وجود این که ذره‌ها و میدان هیچ نیرویی بر هم‌دیگر وارد نمی‌کنند، باعث تغییر فاز تابع موج ذره‌ها و ایجاد اثرات تداخلی می‌شود [۲ و ۳].

در هر یک از سه مثال بیان شده، هندسه مسئله عامل اصلی ایجاد تغییرات شناخته می‌شود. زمانی که یک بردار به نحوی روی یک سطح تخت یا خمیده انتقال داده شود که طول آن ثابت مانده و راستای آن نیز نسبت به بردار نرمال سطح تغییر نکند، گفته می‌شود که بردار انتقال موازی داده شده است. اگر این انتقال روی یک منحنی بسته که روی یک سطح تخت قرار دارد انجام شود، بردار بدون هیچ تغییری به نقطه اولیه باز می‌گردد. ولی اگر این انتقال روی یک سطح خمیده انجام شود زمانی که بردار به نقطه اولیه می‌رسد، به اندازه زاویه φ ، برابر با زاویه‌ای که توسط منحنی محاط شده، چرخیده است. در مکانیک کلاسیک به این زاویه چرخش φ که در فرایند انتقال موازی به دست می‌آید فاز هندسی گفته می‌شود.

در سال ۱۹۸۴ بری نشان داد اگر هامیلتونی یک سامانه به چند پارامتر وابسته باشد، پس از تحول زمانی، اختلاف فازی بین حالت اولیه و نهایی به وجود می‌آید که این اختلاف فاز مستقل از دینامیک سامانه است و فقط به مسیری که سامانه کوانتومی در فضای هیلبرت می‌پیماید، بستگی دارد [۴]. آهارنوف و آنانان در سال ۱۹۸۷ فاز هندسی مزبور را برای تحول سامانه‌های غیر بی دررو تعمیم دادند [۵]. در حال حاضر، فاز هندسی برای سامانه‌های غیر چرخه‌ای در حالت آمیخته، سامانه‌های ایتومکانیک و سامانه‌های اتمی که در خلأ در برهم‌کنش با میدان الکترومغناطیسی هستند محاسبه شده است [۶].

تاکنون چندین رهیافت برای محاسبه فاز هندسی سامانه‌های نوفه‌ای مطرح شده است که از آن جمله می‌توان موارد زیر را برشمرد: مسیر کوانتومی (پرش کوانتومی) [۷]، تداخل کوانتومی [۸] و خالص‌سازی حالت‌های کوانتومی

۳. دینامیک سامانه

سامانه‌ای در نظر می‌گیریم که از یک اتم دو ترازی با تراز پایه، $|1\rangle$ ، و تراز برانگیخته، $|2\rangle$ ، که در مجاورت یک تیغه دی الکتریک است، تشکیل شده است (شکل ۱). هامیلتونی سامانه مزبور به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۱ و ۱۲]:

$$H_{tot} = H_A + H_F + H_I, \quad (11)$$

که در آن $H_A = \sum_{m=1}^r \hbar \omega_m |m\rangle \langle m|$ هامیلتونی اتم آزاد، H_F هامیلتونی میدان الکترومغناطیسی، ماده و برهم‌کنش بین آنهاست که توسط رابطه (۹) توصیف می‌شود و H_I هامیلتونی برهم‌کنشی بین اتم و میدان است که به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$H_I(t) = -\mathbf{D}(t) \cdot \mathbf{E}(r, t). \quad (12)$$

در اینجا، $\mathbf{D}(t) = d_{r,1} |2\rangle \langle 1| e^{-i\omega t} + d_{r,1}^* |1\rangle \langle 2| e^{i\omega t}$ گشتاور دو قطبی الکتریکی القایی بین تراز پایه و برانگیخته اتم مزبور است که در آن $d_{r,1} = \langle 2 | \mathbf{D} | 1 \rangle$ و $\mathbf{E}(r, t)$ عملگر میدان الکتریکی سامانه، رابطه (۴)، است. اکنون به منظور توصیف دینامیک سامانه از معادله فون-نویمن زیر در تصویر برهم‌کنش استفاده می‌کنیم [۱۳].

$$\frac{d}{dt} \rho_{tot}(t) = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho_{tot}(t)]. \quad (13)$$

با فرض برهم‌کنش ضعیف بین اتم و میدان و به کار بردن تقریب‌های مارکوف و امواج چرخان و سپس ردگیری روی درجات آزادی میدان، رابطه بالا برای عملگر کاهش یافته سامانه اتمی، $\rho(t) = \text{Tr}[\rho_{tot}(t)]$ ، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -\frac{i}{\hbar} [H_{LS}, \rho(t)] + D(\rho(t)). \quad (14)$$

در اینجا، هامیلتونی جابه‌جایی لمب (H_{LS}) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$H_{LS} = \hbar \sum_{\omega} \sum_{i,j} s_{ij}(\omega) A_i^\dagger(\omega) A_j(\omega). \quad (15)$$

این هامیلتونی توصیف کننده جابه‌جایی ترازهای انرژی اتم در اثر برهم‌کنش اتم با میدان خلأ کوانتومی و محیط مادی است. به علاوه، عملگر $D(\rho(t))$ در رابطه (۱۴) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[\hat{f}_i^\dagger(r, \omega, t), \hat{f}_j^\dagger(r', \omega', t)] = \delta_{ij} \delta(r-r') \delta(\omega-\omega'), \quad (3)$$

که در آن $i, j = x, y, z$ است. با ترکیب معادله ساختمندی تعمیم یافته (۱) با معادلات ماکسول، عملگرهای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی را می‌توان بر حسب عملگرهای بوزونی به صورت زیر بیان کرد [۱۱ و ۱۲]:

$$\begin{aligned} \hat{E}(r) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \hat{E}(r, \omega) + H.c. \\ &= \int d^3r' \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\bar{G}}(r, r', \omega) \cdot \hat{f}(r', \omega) + H.c., \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \hat{B}(r) &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{B}(r, \omega) + H.c. \\ &= \int d^3r' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{i\omega} [\bar{\nabla} \times \bar{\bar{G}}(r, r', \omega)] \cdot \hat{f}(r', \omega) + H.c.. \end{aligned} \quad (5)$$

در اینجا، $\bar{\bar{G}}(r, r', \omega)$ تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه است که در معادله هلمهولتز زیر صدق می‌کند:

$$\left(\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(r, \omega) \right) \bar{\bar{G}}(r, r', \omega) = \delta(r-r') \bar{\bar{I}}, \quad (6)$$

و شرط مرزی زیر را برآورده می‌کند:

$$\bar{\bar{G}}(r, r', \omega) \rightarrow 0 \quad \text{for} \quad |r-r'| \rightarrow \infty. \quad (7)$$

علاوه بر این، اتحاد انتگرالی زیر برای تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه برقرار است:

$$\int d^3r' s \text{Im}[\epsilon(s, \omega)] \bar{\bar{G}}(r, s, \omega) \cdot \bar{\bar{G}}^{*T}(r', s, \omega) = \frac{\hbar \mu_0}{\pi} \omega^2 \text{Im}[\bar{\bar{G}}(r, r', \omega)], \quad (8)$$

که در آن بالانویس T بیانگر عمل ترانهاده است. در نهایت، هامیلتونی زیر سامانه میدان الکترومغناطیسی و ماده دی الکتریک و برهم‌کنش بین آنها به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۰ و ۱۱]:

$$\hat{H} = \int d^3r \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \hbar \omega \hat{f}^\dagger(r, \omega) \cdot \hat{f}(r, \omega). \quad (9)$$

این عملگرها در حالت تعادل گرمایی در روابط همبستگی زیر صدق می‌کنند:

$$\langle \{\beta\} | \hat{f}_i(r, \omega) \hat{f}_j^\dagger(r', \omega') | \{\beta\} \rangle = \frac{1}{[1 + N(\omega, \beta)]} \delta_{ij} \delta(r-r') \delta(\omega-\omega'), \quad (10)$$

$$\langle \{\beta\} | \hat{f}_i^\dagger(r, \omega) \hat{f}_j(r', \omega') | \{\beta\} \rangle = \frac{1}{N(\omega, \beta)} \delta_{ij} \delta(r-r') \delta(\omega-\omega'),$$

که در آن، $|\{\beta\}\rangle$ توصیف کننده حالت گرمایی سامانه، $\beta = \hbar c / k_B T$ و $N(\omega, \beta) = 1 / (e^{\beta \hbar \omega / c} - 1)$ تعداد میانگین فوتون‌های گرمایی است. در اینجا، T دما، k_B ثابت بولتزمن و \hbar ثابت پلانک کاهش یافته است.

$$\Gamma(\omega_s) = \sum_{i,j} [d_{r1}]_i^* [d_{r1}]_j \gamma_{ij}(\omega_s), \quad (20)$$

$$\Gamma(-\omega_s) = \sum_{i,j} [d_{r1}]_i^* [d_{r1}]_j \gamma_{ij}(-\omega_s).$$

همچنین داریم:

$$S(\omega_s) = \sum_{i,j} [d_{r1}]_i^* [d_{r1}]_j s(\omega_s), \quad (21)$$

$$S(-\omega_s) = \sum_{i,j} [d_{r1}]_i^* [d_{r1}]_j s(-\omega_s).$$

با انجام محاسبات طولانی ولی سراسر است، پاسخ معادلات (۱۹) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \rho_{11}(t) \\ \rho_{1r}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{11}(0) \\ \rho_{1r}(0) \end{pmatrix} e^{-(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t} + \frac{(-e^{-(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t} + 1)}{\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s)} \begin{pmatrix} \Gamma(\omega_s) \\ \Gamma(-\omega_s) \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\rho_{1r}(t) = \rho_{1r}(0) e^{-\frac{(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t}{r}} e^{iA(\omega_s)t},$$

$$\rho_{rr}(t) = \rho_{rr}(0) e^{-\frac{(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t}{r}}.$$

با فرض این که سامانه اتمی در حالت اولیه $|\psi_0\rangle = \cos\theta/r |r\rangle + \sin\theta/r |1\rangle$ مهیا شده است، رابطه بالا را می‌توان به صورت ماتریس زیر بازنویسی کرد:

$$(23)$$

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} e^{-(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t} \cos\frac{\theta}{r} - \frac{\Gamma(-\omega_s)(-e^{-(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t} + 1)}{\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s)} & \frac{1}{r} e^{-\frac{(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t}{r}} \sin\theta \\ \frac{1}{r} e^{-\frac{(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t}{r}} \sin\theta & 1 - e^{-(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t} \cos\frac{\theta}{r} + \frac{\Gamma(-\omega_s)(-e^{-(\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s))t} + 1)}{\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s)} \end{pmatrix}$$

اکنون با جایگذاری عملگر میدان الکتریکی (۴) در رابطه (۱۷) و به کار بردن روابط (۸) و (۱۰) و در نهایت جایگذاری آنها در رابطه (۲۰)، آهنگ‌های گذار سامانه بر حسب تانسور گرین سامانه به صورت زیر بیان می‌شوند:

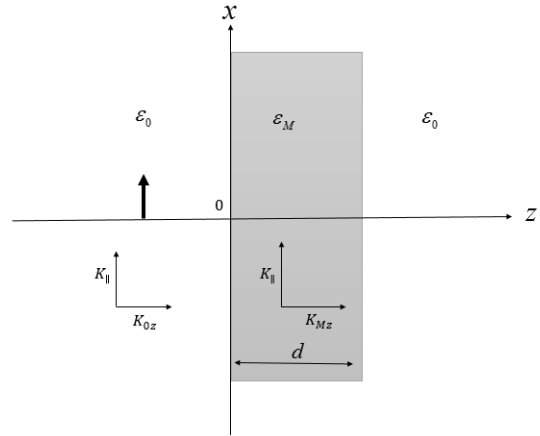
$$\Gamma(\omega_s) = \frac{r\mu_0\omega^r}{h} [1 + N(\omega, \beta)] \sum_{i,j} [d_{r1}]_i^* \text{Im}[\bar{G}_{ij}(r_A, r_A, \omega)] [d_{r1}]_j, \quad (24)$$

$$\Gamma(-\omega_s) = \frac{r\mu_0\omega^r}{h} N(\omega, \beta) \sum_{i,j} [d_{r1}]_i^* \text{Im}[\bar{G}_{ij}(r_A, r_A, \omega)] [d_{r1}]_j.$$

به طور مشابه با جایگذاری عملگر میدان الکتریکی (۴) در رابطه (۱۸) و جایگذاری آن در رابطه (۲۱) و استفاده از روابط کرامرز-کرونیک، پارامتر جابه‌جایی لمب سامانه، $\Lambda(\omega_s)$ ، بر حسب تانسور گرین سامانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Lambda(\omega_s) = -\frac{1}{h} \sum_{i,j} [d_{r1}]_i^* \text{Re}[\bar{G}_{ij}(r_A, r_A, \omega)] [d_{r1}]_j. \quad (25)$$

از روابط بالا مشاهده می‌شود که با در دست داشتن تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه، پارامترهای دینامیکی سامانه به سادگی قابل محاسبه هستند. محاسبات تانسور گرین



شکل ۱. طرحواره‌ای از هندسه سامانه: اتم دو تراز در مجاورت یک تیغه دی‌الکتریک با ضخامت d و گذردهی الکتریکی ϵ_M . علامت پیکان نشانگر اتم است.

$$D(\rho(t)) = \sum_{\omega} \sum_{i,j} \gamma_{ij}(\omega) \left[A_j(\omega) \rho(t) A_i^\dagger(\omega) - \frac{1}{r} \left\{ A_i^\dagger(\omega) A_j(\omega) \cdot \rho(t) \right\} \right], \quad (16)$$

که در آن پارامتر $s_{ij}(\omega)$ و $\gamma_{ij}(\omega)$ بر حسب توابع همبستگی بین مؤلفه‌های میدان الکتریکی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma_{ij}(\omega_s) = \frac{r\pi}{h^2} \int_0^\infty d\omega' \times \begin{cases} \langle E_i(r, \omega) E_j^\dagger(r, \omega') \rangle, & \omega > 0 \\ \langle E_i^\dagger(r, -\omega) E_j(r, \omega') \rangle, & \omega < 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$s_{ij}(\omega_s) = \frac{1}{h^2} P \int_0^\infty d\omega' \int_0^\infty d\omega'' \left[\frac{\langle E_i(r, \omega'') E_j^\dagger(r, \omega') \rangle}{\omega - \omega''} + \frac{\langle E_i^\dagger(r, \omega'') E_j(r, \omega') \rangle}{\omega + \omega''} \right]. \quad (18)$$

در اینجا، P بیانگر مقدار اصلی کوشی است.

اکنون با به کار بردن معادله فون نیومن (۱۴)، تحول دینامیکی مؤلفه‌های عملگر چگالی کاهش یافته اتمی به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۴]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{11}(t) &= -\Gamma(-\omega_s) \rho_{11}(t) + \Gamma(\omega_s) \rho_{rr}(t), \\ \frac{d}{dt} \rho_{rr}(t) &= \Gamma(-\omega_s) \rho_{11}(t) - \Gamma(\omega_s) \rho_{rr}(t), \\ \frac{d}{dt} \rho_{1r}(t) &= \left[i\Lambda(\omega_s) - \frac{\Gamma(\omega_s) + \Gamma(-\omega_s)}{r} \right] \rho_{1r}(t). \end{aligned} \quad (19)$$

در اینجا، $\Lambda(\omega_s) = S(\omega_s) - S(-\omega_s)$ پارامتر جابه‌جایی لمب بوده و $\Gamma(\omega_s)$ آهنگ گذار از تراز پایه به تراز برانگیخته و $\Gamma(-\omega_s)$ آهنگ گذار از تراز برانگیخته به تراز پایه هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

(۳۰) خواهیم داشت: $\langle \phi_+(t) | \phi_+(T) \rangle = iA(\omega_r) \cos^2 \frac{\theta_t}{2}$. با استفاده از این رابطه و همچنین به کار بردن رابطه‌های (۲۷) تا (۳۰) و جایگذاری آنها در رابطه (۲۶)، فاز هندسی سامانه اتمی به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۴]:

$$\Phi_g = -\frac{1}{2} \int_0^T dt \quad (31)$$

$$\times \left(1 - \frac{Q - Qe^{(\Gamma(\omega_r) + \Gamma(-\omega_r))t} + \cos \theta}{\sqrt{e^{(\Gamma(\omega_r) + \Gamma(-\omega_r))t} \sin^2 \theta + (Q - Qe^{(\Gamma(\omega_r) + \Gamma(-\omega_r))t} + \sin \theta)}} \right)$$

$$\times A(\omega_r),$$

که در آن $T = 2\pi/\Lambda$ و $Q = \frac{\Gamma(\omega_r) - \Gamma(-\omega_r)}{\Gamma(\omega_r) + \Gamma(-\omega_r)}$ رابطه (۳۱) رابطه پیچیده‌ای است و عملاً محاسبه این انتگرال کار بسیار دشواری است. از این رو برای درک فیزیکی بهتر اثرات ناشی از محیط پیرامون بر فاز هندسی، با فرض کوچک بودن Γ/ω_r انتگرالده را تا مرتبه اول نسبت به این جمله بسط می‌دهیم. در اینجا، $\Gamma_r = \frac{\omega_r^3 |d_{1r}|^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}$ آهنگ گسیل خودبه‌خودی اتم در خلأ است. با به کار بردن این بسط، رابطه (۳۱) به شکل ساده شده زیر نوشته می‌شود:

$$\Phi_g \approx -\pi(1 - \cos \theta) - \frac{\Gamma\pi}{\omega_r} \quad (32)$$

$$\times \{r(\Gamma(\omega_r) - \Gamma(-\omega_r)) + (\Gamma(\omega_r) + \Gamma(-\omega_r)) \cos \theta\} \sin^2 \theta,$$

جمله نخست در رابطه بالا، فاز هندسی اتم مزبور در غیاب تیغه دی الکتریک، یعنی سهم خلأ کوانتومی است. جمله دوم مربوط به اثرات القایی محیط مادی در نتیجه برهم‌کنش سامانه اتمی با تیغه دی الکتریک است. اکنون با جایگذاری آهنگ‌های گذار (۲۴) در رابطه بالا، می‌توان فاز هندسی سامانه مورد مطالعه را محاسبه کرد.

۵. محاسبات عددی و تجزیه و تحلیل

به دلیل پیچیدگی رابطه (۳۲)، در این قسمت به محاسبه عددی فاز هندسی اتم دو ترازوی در مجاورت تیغه دی الکتریک می‌پردازیم. برای سادگی محاسبات فرض می‌کنیم که گشتاور دوقطبی اتم در راستای محور x است. با جایگذاری تانسور گرین (پ ۲-۴) (به پیوست ۲ رجوع شود) در رابطه‌های (۲۴) و (۲۵) و سپس جایگذاری آنها در رابطه (۳۲)، فاز هندسی سامانه اتمی به دست می‌آید.

الکترومغناطیسی برای یک تیغه دی الکتریک تخت در پیوست ۲ آمده است. در بخش بعدی با استفاده از این تانسور گرین به بررسی فاز هندسی سامانه اتمی در مجاورت یک تیغه دی الکتریک می‌پردازیم.

۴. فاز هندسی

با توجه به این که سامانه مورد مطالعه، یک سامانه در حالت آمیخته است، با استفاده از رهیافت سینماتیک که یک روش مناسب برای محاسبه فاز هندسی سامانه‌های در حالت آمیخته است، به بررسی فاز هندسی سامانه اتمی مزبور می‌پردازیم. در رهیافت سینماتیک، فاز هندسی به صورت زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$\Phi[P] = (26)$$

$$\text{Arg} \left[\sum_{k=1}^N \sqrt{\omega_k(\circ) \omega_k(T)} \langle \phi_k(\circ) | \phi_k(T) \rangle e^{-i \int_0^T \langle \phi_k(t) | \dot{\phi}_k(t) \rangle dt} \right],$$

که در آن ω_k ویژه مقادیر، $|\phi_k\rangle$ ویژه بردارهای ماتریس چگالی کاهش یافته سامانه اتمی و T دوره تناوب هستند. با انجام محاسبات طولانی که جزئیات آن در پیوست ۲ آمده است، می‌توان نشان داد که ویژه مقادیر و ویژه بردارهای ماتریس چگالی کاهش یافته اتمی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\lambda_{\pm}(t) = \frac{1}{2}(1 \pm \eta), \quad (27)$$

که در آن

$$\eta = \sqrt{\xi^2 + e^{-(\Gamma(\omega_r) + \Gamma(-\omega_r))t} \sin^2 \theta}, \quad (28)$$

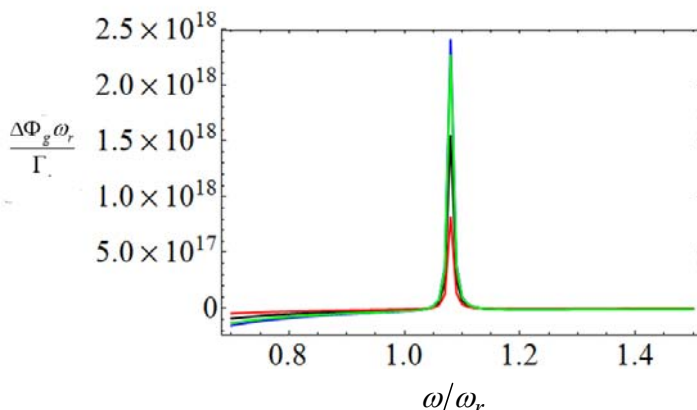
و

$$\xi = e^{-(\Gamma(\omega_r) + \Gamma(-\omega_r))t} \cos \theta + Q \left(e^{-(\Gamma(\omega_r) + \Gamma(-\omega_r))t} - 1 \right), \quad (29)$$

است. ویژه بردارهای ماتریس چگالی، $|\phi_k\rangle$ ، را می‌توان با استفاده از رابطه $\tan \theta_t/2 = \sqrt{\eta + \xi}/(\eta - \xi)$ به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$|\phi_{\pm}(t)\rangle = \sin \frac{\theta_t}{2} |r\rangle + \cos \frac{\theta_t}{2} e^{iA(\omega_r)t} |l\rangle. \quad (30)$$

اکنون با محاسبه مشتق زمانی رابطه (۳۰)، به رابطه $\dot{\phi}_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta_t}{2} |l\rangle + \left(-\frac{1}{2} \sin \frac{\theta_t}{2} e^{iA(\omega_r)t} + iA \cos \frac{\theta_t}{2} e^{iA(\omega_r)t} \right) |r\rangle$ می‌رسیم. با محاسبه ضرب داخلی این ویژه حالت با رابطه



شکل ۲. تغییرات فاز هندسی بر حسب بسامد بدون بعد ω/ω_r برای وضعیتی که گشتاور دو قطبی اتم در راستای محور x و در حالت‌های اولیه: $\theta = \pi/3$ (نمودار آبی رنگ)، $\theta = \pi/2$ (نمودار سبز رنگ)، $\theta = \pi/4$ (نمودار مشکی رنگ) و $\theta = \pi/6$ (نمودار قرمز رنگ) است. در اینجا $\Gamma_g = \frac{\omega_g^2 |d_{1r}|^2}{r \pi \epsilon_0 \hbar c^2}$ آهنگ گسیل خودبه‌خودی اتم در خلأ و دمای تیغه و محیط پیرامون 10^0 کلون است.

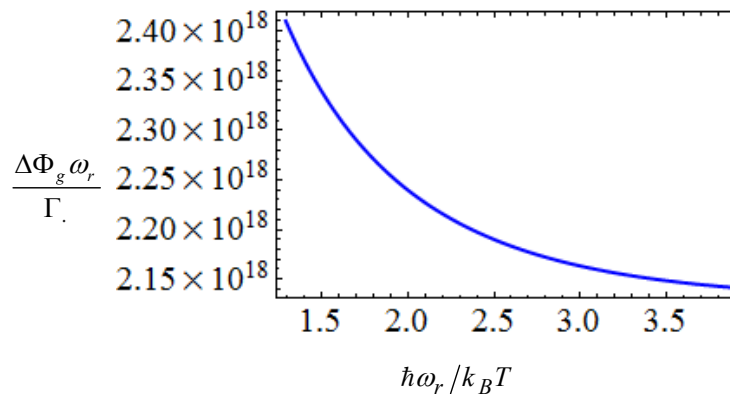
شدت تغییر کند. از طرف دیگر، همان گونه که انتظار داشتیم در بسامدهای دور از بسامد تشدید ω_p ، به دلیل سهم ناچیز مدهای سطحی در چگالی موضعی حالت‌های الکترومغناطیسی، اختلاف فاز هندسی به درستی برابر صفر به دست آمده است. این بدین معنی است که فاز هندسی برابر مقدار خلأ، $-\pi(1 - \cos \theta)$ ، است. همچنین مشاهده می‌شود که حداکثر تغییرات فاز هندسی در بسامد تشدید، مربوط به وضعیتی است که اتم در حالت اولیه $\theta = \pi/3$ مهیا شده باشد.

در شکل ۳، فاز هندسی سامانه اتمی بر حسب دمای بدون بعد $\hbar \omega_p / k_B T$ و در بسامد تشدید برانگیختگی موج‌های سطحی، $\omega_p / \omega_r = 1/0.1$ ، رسم شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود فاز هندسی با افزایش دما اندکی کاهش یافته است؛ زیرا اگرچه با افزایش دما نوفه‌های گرمایی افزایش می‌یابند، ولی فاز هندسی یک پدیده کوانتومی مقاوم نسبت به دما بوده و حتی در دماهای نزدیک به دمای اتاق، $\hbar \omega_p / k_B T = 1/3$ ، مخالف صفر است. با این وجود، رفتار فاز هندسی در بسامدهای متفاوت از بسامد برانگیختگی موج‌های سطحی اندکی متفاوت است و با افزایش دما رفتار تقریباً کاهشی از خود نشان می‌دهد. در شکل ۴، فاز هندسی سامانه اتمی بر حسب بسامد بدون بعد ω/ω_r برای وضعیتی رسم شده است که گشتاور دو قطبی

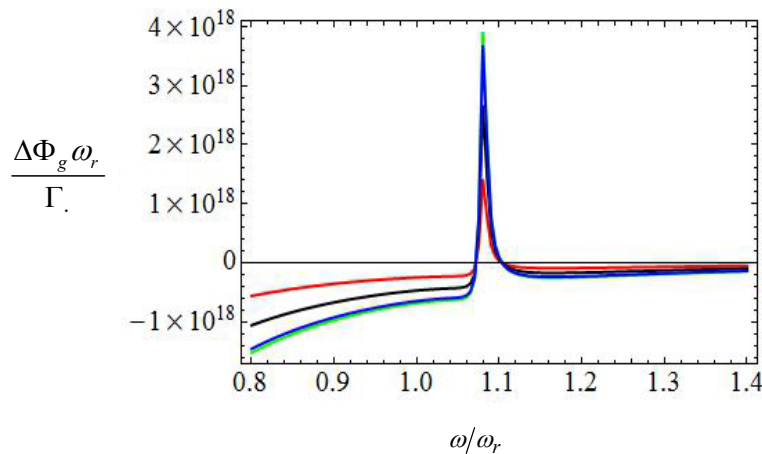
اکنون تیغه‌ای از جنس گالیوم آرسنیک با ضخامت $d = 0.23 \mu m$ ، در نظر می‌گیریم که تابع گذردهی الکتریکی آن توسط الگوی لورنتس دورود $\epsilon_M(\omega) = \epsilon_\infty \frac{\omega^2 - \omega_l^2 + i\gamma_e \omega}{\omega^2 - \omega_r^2 + i\gamma_e \omega}$ توصیف می‌شود [۱۵].

در اینجا، ϵ_∞ گذردهی ماده در بسامدهای بالا، ω_l بسامد طولی، ω_r بسامد تشدید و γ_e ضریب میرایی است. با به کار بردن پارامترهای $\gamma_e = 0.00452 \times 10^{14} \text{ rad s}^{-1}$ ، $\epsilon_\infty = 11$ و $\omega_l = 0.55 \times 10^{14} \text{ rad s}^{-1}$ ، $\omega_r = 0.506 \times 10^{14} \text{ rad s}^{-1}$ که در مرجع [۱۶] گزارش شده‌اند، تغییرات فاز هندسی، $\frac{\Delta \Phi_g \omega_r}{\Gamma_g} = \frac{(\Phi_g - \pi(1 - \cos \theta)) \omega_r}{\Gamma_g}$ ، برای اتم دو ترازوی مزبور که در فاصله $x = 0.4$ میکرومتر از تیغه قرار دارد، در شکل ۲ رسم شده است. در تیغه مزبور پلاریتون-فونون‌های سطحی در بسامد $\omega_p = 0.547 \times 10^{14} \text{ rad s}^{-1}$ برانگیخته می‌شوند.

در شکل ۲ مشاهده می‌شود که فاز هندسی در نزدیکی بسامد برانگیخته شدن پلاریتون-فونون‌های سطحی، $\omega_p / \omega_r = 1/0.1$ ، به شدت تغییر می‌کند؛ زیرا آهنگ‌های واپاشی با چگالی موضعی حالت‌های الکترومغناطیسی متناسب بوده و چگالی این حالت‌ها نیز به خاطر برانگیخته شدن مدهای سطحی در بسامد تشدید ω_p به شدت افزایش می‌یابند. بنابراین با توجه به رابطه مستقیم فاز هندسی با آهنگ‌های واپاشی انتظار داریم که فاز هندسی در بسامد تشدید ω_p به



شکل ۳. تغییرات فاز هندسی بر حسب دمای بدون بعد $\hbar\omega_r/k_B T$ برای وضعیتی که گشتاور دو قطبی اتم در راستای محور x و در حالت اولیه $\theta = \pi/3$ باشد. در اینجا، $\omega = 1/0.8\omega_r$ و پارامترهای مادی سامانه مشابه شکل ۲ است.



شکل ۴. تغییرات فاز هندسی بر حسب بسامد بدون بعد ω/ω_r برای وضعیتی که گشتاور دوقطبی اتم در راستای محور z و در حالت های اولیه: $\theta = \pi/3$ (نمودار آبی رنگ)، $\theta = \pi/2$ (نمودار سبز رنگ)، $\theta = \pi/4$ (نمودار مشکی رنگ) و $\theta = \pi/6$ (نمودار قرمز رنگ) انتخاب شده است. در اینجا، پارامترهای مادی سامانه مشابه شکل ۲ است.

بیشتر از وضعیتی است که به موازات سطح تیغه باشد.

۶. نتیجه گیری

در این مقاله با به کار بردن رهیافت پدیده شناختی در کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده و ذرات باردار خارجی، به بررسی فاز هندسی یک اتم دو ترازوی در مجاورت یک تیغه از جنس گالیوم آرسنیک پرداختیم. با الگوسازی ویژگی های اتلافی و پاشنده تیغه با الگوی لورنتس و همچنین با به کار بردن رهیافت سینماتیک در محاسبه فاز هندسی، مشاهده شد که فاز مزبور در بسامد نزدیک به بسامد برانگیخته شدن پلاریتون-فونون های

اتم عمود بر سطح تیغه و در راستای محور z باشد. در اینجا، فاز هندسی سامانه اتمی با جایگذاری تانسور گرین (پ ۲-۵) در رابطه های (۲۴) و (۲۵) و سپس جایگذاری آنها در رابطه (۳۲) و به کار بردن الگوی لورنتس-دورود محاسبه شده است. همان گونه که مشاهده می شود تغییرات فاز هندسی با بسامد تقریباً مشابه با شکل ۲ است و بیشترین تغییرات در نزدیکی بسامد برانگیخته شدن پلاریتون-فونون های سطحی، $\omega_p/\omega_r = 1/0.8$ رخ داده است. با این وجود، دامنه تغییرات فاز هندسی در وضعیتی که گشتاور دوقطبی اتم در راستای عمود بر سطح تیغه قرار داشته باشد

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی و انجام محاسبات طولانی، ویژه مقادیر مزبور به صورت زیر ساده می‌شوند:

(پ ۱-۴)

$$\lambda_{\pm}(t) = \frac{1}{r} (1 \pm \left(\left(e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \cos \theta + \frac{\Gamma(\omega_2)-\Gamma(-\omega_2)}{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)} \left(e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} - 1 \right) \right)^2 + e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \sin^2 \theta \right)^{1/2}$$

اکنون با در دست داشتن ویژه مقادیر (پ ۱-۴)، به محاسبه ویژه بردارهای ماتریس چگالی کاهش یافته (۲۳) می‌پردازیم. معادله مشخصه برای ویژه بردارهای ماتریس چگالی کاهش یافته به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \rho_{11}(t) - \lambda & \rho_{12}(t) \\ \rho_{21}(t) & \rho_{22}(t) - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{پ ۱-۵})$$

با جایگذاری عناصر ماتریس چگالی و ویژه بردارهای به دست آمده، داریم:

(پ ۱-۶)

$$\left(e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \cos^2 \frac{\theta}{r} + \frac{\Gamma(-\omega_2)}{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)} \left(-e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} + 1 \right) - \frac{1}{r} \left(1 + \sqrt{\xi^2 + e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \sin^2 \theta} \right) \right) X + \frac{1}{r} e^{-\frac{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)}{r} t - iA(\omega_2)t} \sin \theta Y = 0$$

و

(پ ۱-۷)

$$\frac{1}{r} e^{-\frac{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)}{r} t + iA(\omega_2)t} \sin \theta X + \left(1 - e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \cos^2 \frac{\theta}{r} - \frac{\Gamma(-\omega_2)}{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)} \left(-e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} + 1 \right) - \frac{1}{r} \left(1 + \sqrt{\xi^2 + e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \sin^2 \theta} \right) \right) Y = 0$$

به سادگی می‌توان نشان داد که پاسخهای معادلات بالا را می‌توان به شکل ماتریس زیر نوشت:

(پ ۱-۸)

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \frac{1}{r} e^{-\frac{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)}{r} t - iA(\omega_2)t} \sin \theta \sqrt{\left(\left(\xi - \frac{1}{r} \right) \left(1 + \sqrt{\xi^2 + e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \sin^2 \theta} \right) \right)^2 + \left(\xi + \frac{1}{r} \right) \left(1 + \sqrt{\xi^2 + e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \sin^2 \theta} \right)^2} \times \begin{pmatrix} \left(\xi - \frac{1}{r} \right) \left(1 + \sqrt{\xi^2 + e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \sin^2 \theta} \right) \\ - \frac{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)}{r} t - iA(\omega_2)t \sin \theta \end{pmatrix}$$

سطحی به شدت تغییر می‌کند. از این رو، با توجه به منشأ هندسی این فاز و همچنین مقایسه فاز مزبور در حضور و در غیاب ماده می‌توان از فاز هندسی به عنوان یک کاوه حساس نسبت به امواج پلاریتون- فونون سطحی استفاده کرد. علاوه بر این، با استفاده از فاز هندسی می‌توانیم اثرات اتلاف و واهمدوسی را نیز بر یک سامانه اتمی مورد بررسی قرار دهیم.

پیوست ۱

محاسبه ویژه مقادیر و ویژه بردارهای ماتریس چگالی

کاهش یافته

برای محاسبه فاز هندسی مطابق با رابطه (۲۶)، لازم است که ویژه مقادیر و ویژه بردارهای ماتریس چگالی (۲۳) را به دست آوریم. بدین منظور، برای محاسبه ویژه مقادیر با استفاده از رابطه:

$$\begin{pmatrix} \rho_{11}(t) - \lambda & \rho_{12}(t) \\ \rho_{21}(t) & \rho_{22}(t) - \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{پ ۱-۱})$$

به معادله مشخصه زیر می‌رسیم:

(پ ۱-۲)

$$\lambda^2 - \lambda + e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \cos^2 \frac{\theta}{r} - \frac{\Gamma(-\omega_2)}{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)} \left(-e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} + 1 \right) - \left(e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \cos^2 \frac{\theta}{r} - \frac{\Gamma(-\omega_2)}{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)} \left(-e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} + 1 \right) \right)^2 - \frac{1}{r} e^{-\frac{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)}{r} t - iA(\omega_2)t} \sin \theta = 0$$

پاسخهای معادله بالا، ویژه مقادیر مورد نظر را مشخص

می‌کنند:

(پ ۱-۳)

$$\lambda_{\pm}(t) = \frac{1}{r} \left\{ 1 \pm \left(1 - r e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \cos^2 \frac{\theta}{r} - \frac{\Gamma(-\omega_2)}{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)} \left(-e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} + 1 \right) - e^{-r(\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2))t} \cos^2 \frac{\theta}{r} + r e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \cos^2 \frac{\theta}{r} \frac{\Gamma(-\omega_2)}{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)} \left(-e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} + 1 \right) + \left(\frac{\Gamma(-\omega_2)}{\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)} \right)^2 \left(-e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} + 1 \right)^2 - \frac{1}{r} e^{-\Gamma(\omega_2)+\Gamma(-\omega_2)t} \sin^2 \theta \right)^{1/2} \right\}$$

که در آن

$$\zeta = e^{-\Gamma(\omega_+) + \Gamma(-\omega_-)t} \cos^2 \frac{\theta}{r} - \frac{\Gamma(-\omega_-)}{\Gamma(\omega_+) + \Gamma(-\omega_-)} \left(-e^{-\Gamma(\omega_+) + \Gamma(-\omega_-)t} + 1 \right)$$

است. با توجه به رابطه $\tan \frac{\theta}{r} = \sqrt{\eta + \xi / (\eta - \xi)}$ و انجام محاسبات بسیار طولانی، سرانجام ویژه بردارهای ماتریس چگالی کاهش یافته اتمی (پ ۱-۸) به صورت زیر بازنویسی می شوند:

$$|\phi_+(t)\rangle = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \sin \frac{\theta_t}{r} |r\rangle + \cos \frac{\theta_t}{r} e^{iA(\omega_+)t} |1\rangle. \quad (پ ۱-۹)$$

پیوست ۲

تانسور گرین الکترومغناطیسی یک تیغه دی الکتریک

با توجه به این که برای محاسبه فاز هندسی یک اتم دو ترازی در مجاورت یک تیغه به تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه نیاز داریم، در اینجا به معرفی تانسور گرین متناظر با یک ساختار سه لایه ای تخت می پردازیم که لایه اول و سوم آن خلأ و لایه میانی پارامتر مادی ϵ_M دارد. به علاوه، در این محاسبات نقطه های چشمه و میدان در مکان اتم یعنی در خلأ قرار دارند. با در نظر گرفتن این نکات، تانسور گرین سامانه به شکل زیر نوشته می شود [۱۷]:

$$\bar{\bar{G}}(z, z, \omega) = \frac{i}{r(r\pi)^2} \int d^2 K_{||} \frac{1}{K_{z,z}} \times \sum_{\sigma=TE, TM} \left[\hat{e}_\sigma^+ \hat{e}_\sigma^+ + e^{-ir k_z z} \frac{r_{LM}^\sigma + r_{RM}^\sigma e^{rik_{Mz}d}}{1 - r_{LM}^\sigma r_{RM}^\sigma e^{rik_{Mz}d}} \hat{e}_\sigma^- \hat{e}_\sigma^+ \right], \quad (پ ۲-۱)$$

که در آن $K_{Mz} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_M \mu_M - K_{||}^2}$ مؤلفه z بردار موج در تیغه بوده، $K_{||}$ مؤلفه های از بردار موج است که موازی با

مراجع

سطح مشترک است. علاوه بر این داریم:

$$\hat{e}_{TM}^\pm = \frac{1}{K_z} (\mp K_{z,z} K_{||} + K_{||} \hat{z}) \quad \text{و} \quad \hat{e}_{TE}^\pm = K_{||} \times \hat{z}, \quad K_{z,z} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - K_{||}^2}$$

همچنین، ضرایب بازتاب فرنل برای مدهای TE و TM به شکل زیر تعریف می شوند:

$$r_{LM}^{TM} = r_{RM}^{TM} = \frac{K_{Mz} - \epsilon_M K_{Mz}}{K_{Mz} + \epsilon_M K_{Mz}}, \quad (پ ۲-۲)$$

$$r_{LM}^{TE} = r_{RM}^{TE} = \frac{K_{Mz} - K_{Mz}}{K_{Mz} + K_{Mz}}. \quad (پ ۲-۳)$$

اکنون با فرض این که گشتاور دوقطبی اتم در راستای محور x باشد، با جایگذاری روابط بالا در رابطه (پ ۲-۱) و انجام محاسبات ساده و سراسرت، مؤلفه $\bar{\bar{G}}_{xx}$ تانسور گرین به صورت زیر به دست می آید:

$$\bar{\bar{G}}_{xx}(z, z, \omega) = \hat{x} \cdot \bar{\bar{G}}(z, z, \omega) \cdot \hat{x} \quad (پ ۲-۴)$$

$$= \frac{i}{4\pi} \int K_{||} dK_{||} \frac{1}{k_z} \left\{ \left(1 + e^{-rik_z d} \frac{r_{LM}^{TE} + r_{RM}^{TE} e^{rik_{Mz}d}}{1 - r_{LM}^{TE} r_{RM}^{TE} e^{rik_{Mz}d}} \right) + \left(\frac{K_{z,z}}{K_z} (1 - e^{-rik_z d} \frac{r_{LM}^{TM} + r_{RM}^{TM} e^{rik_{Mz}d}}{1 - r_{LM}^{TM} r_{RM}^{TM} e^{rik_{Mz}d}}) \right) \right\}.$$

اگر گشتاور دوقطبی اتم در راستای محور z باشد، با جایگذاری روابط (پ ۲-۲) و (پ ۲-۳) در رابطه (پ ۲-۱) و انجام محاسبات ساده و سراسرت، مؤلفه $\bar{\bar{G}}_{zz}$ تانسور گرین به صورت زیر به دست می آید:

$$\bar{\bar{G}}_{zz}(z, z, \omega) = \hat{z} \cdot \bar{\bar{G}}(z, z, \omega) \cdot \hat{z} \quad (پ ۲-۵)$$

$$= \frac{i}{4\pi} \int K_{||} dK_{||} \frac{1}{k_z} \left(\frac{K_{||}}{K_z} \left(1 + e^{-rik_z d} \frac{r_{LM}^{TM} + r_{RM}^{TM} e^{rik_{Mz}d}}{1 - r_{LM}^{TM} r_{RM}^{TM} e^{rik_{Mz}d}} \right) \right).$$

۶. پ رحیمی، ع مهدیفر و ا عموقربان، مجله پژوهش فیزیک ایران ۱۷، ۱ (۱۳۹۶) ۲۱.

6. P Rahimi, A Mahdifar, and A Amooghorban, *Iran. J. Phys. Res.* **17**, 1 (2017) 21.

7. A Carollo, I Fuentes-Guridi, M F Santos, V Vedral, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 160402.

1. S Pancharatnam, *Pro. Ind. Acad. Sci. A* **44** (1956) 247.

2. R W Batterman, *Stud. Hist. Philos. Sci. B* **34** (2003) 527.

3. Y Aharonov and J Anandan, *Phys. Rev. Lett.* **38** (1988) 1863.

4. M V Berry, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **392** (1984) 45.

5. Y Aharonov and J Anandan, *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 1593.

12. E Amooghorban, M Wubs, N A Mortensen, and F Kheirandish, *Phys. Rev. A* **84** (2011) 013806.
13. H P Breuer and F Petruccione, "The Theory of Open Quantum Systems", Oxford, University Press (2002).
14. J Hu, H Yu, *Phys. Rev. A* **85** (2012) 032105.
15. J D Jackson, "Classical Electrodynamics", third ed., Wiley, New York (1998).
16. B Bellomo, R Messina, *Phys. Rev. A* **87** (2013) 012101.
17. M. S. Tomas, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 2545.
8. E Sjoqvist, A K Pati, A Ekert, J S Anandan, M Ericsson, D K L Oi, V. Vedral, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 2845.
9. D M Tong, E Sjoqvist, L C Kwek, C H Oh, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 080405.
10. R Matloob, R Loudon, R Loudon, *Phys. Rev. A* **52** (1995) 4823.
11. F Kheirandish and E Amooghorban, *Phys. Rev. A* **82** (2010) 042901.