



## تغییرات رشد ناپایداری رشته‌ای باریکه پروتونی افروزشگر سریع در سوخت پیش فشرده با ناهمسانگردی دمایی

سام یعقوبی، عباس قاسمی زاد\* و سهیل خوشبین فر

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه دانشگاه گیلان، رشت

پست الکترونیکی: ghasemi@guilan.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۳/۱؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۱۱/۶)

### چکیده

ناپایداری رشته‌ای، موجی الکترومغناطیسی است که در مسیر عمود بر باریکه افروزنده پروتونی در افروزش سریع منتشر می‌شود و می‌تواند با کشش عمودی، بر بدنه باریکه پروتونی، کیفیت آن را کاهش دهد و یا قبل از آن که باریکه پروتونی به قلب سوخت چگال نفوذ کند، موجب پخش شدگی آن در طول مسیرش شود. از طرف دیگر، تولید سوختی پیش فشرده با همسانگردی دمایی در این فرایند تقریباً ناممکن است. این رو احتمال دارد ناپایداری ویبل نیز با ناپایداری رشته‌ای باریکه همراه شود و آهنگ رشد نهایی نسبت به حالت همسانگرد دمایی افزایش و یا کاهش یابد. در این پژوهش، ابتدا در مدل سرد سیال، آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای در اثر تغییرات چگالی نسبی باریکه به پلاسما و انرژی باریکه بررسی شده است. سپس با کمک یک تقریب نقطه زینی از تابع توزیع جوتنر و تانسور پلاسمای حاصل از معادله ولاسف، معادله پاشندگی سامانه باریکه-پلاسما استخراج شد و در نهایت، با حل عددی آن به بررسی آهنگ رشد این ناپایداری در محیطی با ناهمسانگردی دمایی پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهند، هنگامی که مؤلفه موازی دمایی محیط در مسیر باریکه ( $T_{\parallel}$ ) نسبت به مؤلفه عمودی آن ( $T_{\perp}$ ) بزرگ‌تر باشد (ناهمسانگردی دمایی مثبت)، آنگاه ناپایداری نسبت به حالت همسانگرد دمایی افزایش و در حالت عکس آن یعنی ناهمسانگردی دمایی منفی، ناپایداری نسبت به حالت همسانگرد کاهش می‌یابد. در باریکه پروتونی با چگالی نسبی ۰/۱، آهنگ رشد در حالت ناهمسانگردی ۵۰٪ به اندازه ۲/۵۹ برابر افزایش و در حالت ناهمسانگردی ۵۰٪-، به نصف آهنگ رشد در حالت همسانگرد کاهش می‌یابد. به علاوه، اثرات ناهمسانگردی دمایی محیط بر آهنگ رشد در باریکه‌های رقیق که چگالی نسبی کمتری دارند، بیشتر قابل مشاهده است و در چگالی نسبی کمتر از ۰/۱، این ناپایداری می‌تواند خاموش شود.

**واژه‌های کلیدی:** ناپایداری رشته‌ای، معادله پاشندگی، ناهمسانگردی دمایی، افروزش سریع پروتونی، آهنگ رشد ناپایداری.

### ۱. مقدمه

بیش از دو دهه گذشته، ایده افروزش سریع، امیدها را برای همجوشی محصور شدگی لختی زنده کرده است و پژوهش‌های زیادی را به خود اختصاص داده است [۱-۳]. در این ایده، ابتدا

ترابرد باریکه پروتونی در پلاسمای چگال، کاربردهای زیادی در افروزش سریع، برهم‌کنش لیزر-پلاسما و اختر فیزیک دارد. از

واحد اختیار کند، در نتیجه اعتبار شرط مرزی پیشنهاد شده در مرجع ۸، برای پایداری ترابرد باریکه پروتونی از نظر ناپایداری رشته‌ای به خطر می‌افتد. محاسبه آهنگ رشد برای ناپایداری رشته‌ای، وابستگی مستقیم به سرعت باریکه فرودی را نیز تأیید می‌کند [۱۱]. در نتیجه با توجه به گسترش روش‌های جدید شتاب دهی نوین لیزر-پلازما<sup>۲</sup>، TNSA<sup>۳</sup>، BOA<sup>۳</sup> و RPA<sup>۴</sup> رسیدن سرعت باریکه‌های پروتونی به بیش از ۱۰۰ MeV، نگرانی‌ها از بابت این ناپایداری در مورد باریکه پروتونی، بیش از پیش افزایش یافته است [۱۲-۱۴]. به غیر از این دو عامل چگالی و سرعت باریکه که قابل تنظیم هستند، حالت‌هایی وجود دارند که می‌توانند در اثر ناهمسانگردی دمایی در سوخت رخ دهند و ناپایداری رشته‌ای را کاهش و یا افزایش دهند [۱۵ و ۱۶]. با توجه به این که داشتن سوختی همسانگرد از لحاظ دمایی در سامانه باریکه-پلازما در افروزش سریع تقریباً ناممکن است می‌توان انتشار امواج ویبل<sup>۵</sup> با میل ترکیبی زیاد آنها با امواج رشته‌ای را انتظار داشت. اثرات تجمعی این دو ناپایداری در مورد باریکه الکترونی در حالت ناهمسانگردی مثبت (مؤلفه موازی دمای محیط در راستای باریکه، بزرگ‌تر از مؤلفه دما در مسیر عمود بر باریکه است) و در حالت ناهمسانگردی منفی که حالت عکس ناهمسانگردی مثبت است، بررسی شده است [۱۷ و ۱۸]. با این وجود، مقاله‌ای را نمی‌توان یافت که به بررسی ناپایداری رشته‌ای در حالت ناهمسانگردی دمایی برای باریکه پروتونی پرداخته باشد و اثرات تجمعی دو ناپایداری رشته‌ای و ویبل را ارزیابی کرده باشد، در حالی که این ناهمسانگردی دمایی می‌تواند شدت ناپایداری را به گونه‌ای افزایش دهد که سامانه را از حالت پایدار فرض شده در مرجع ۸، خارج کند.

هدف این پژوهش، ارزیابی ناهمسانگردی دمایی محیط بر تغییرات ناپایداری رشته‌ای باریکه افروزشی پروتونی است. بدین منظور، ابتدا با کمک تانسور پلازما، معادله پاشندگی برای باریکه پروتونی به دست می‌آید [۱۵]. با توجه به این که

سوخت دوتریم-تریتیم توسط تابش لیزر به چگالی  $10^{25} - 10^{26} \text{ cm}^{-3}$  و دمای  $1 \text{ keV}$  می‌رسد و سپس انرژی افروزشی توسط تپ‌های لیزری، باریکه‌های الکترونی و یونی به مرکز سوخت که بیشترین چگالی و دما را دارد و آماده همجوشی است انتقال داده می‌شود [۴ و ۵]. در سال‌های اخیر، توجه پژوهشگران از تپ لیزر به دلیل عدم نفوذ آن در چگالی‌های بالا و باریکه‌های الکترون نسبتی به دلیل شکل گیری خرده ناپایداری‌ها با آهنگ رشد شدید، به باریکه‌های پروتونی و نیز باریکه‌های یون سنگین معطوف شده است [۴ و ۶].

باریکه پروتونی با توجه به جرم بیشتر نسبت به باریکه الکترونی، آهنگ رشد ناپایداری کوچک‌تری خواهد داشت. با این حال خرده ناپایداری‌های دو-جریانی و رشته‌ای که گمان می‌رود آهنگ رشد بیشتری نسبت به سایر آنها دارند، در مورد افروزشگر پروتونی در دو دهه اخیر بررسی شده است [۷-۹]. ناپایداری دو-جریانی با توجه به اثرات جنبشی دمایی در سوخت پیش فشرده، کنترل می‌شود. این در حالی است که برای کنترل ناپایداری رشته‌ای در همان سامانه، انتخاب یک باریکه پروتونی رقیق (با چگالی نسبی  $\alpha \leq 0.01$ ) که دوره تپ آن کمتر از آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای باشد، در مرجع [۸] پیشنهاد شده است. در حالت فوق، آهنگ رشد ناپایداری، کمتر از پنج ثابت زمانی خود را در مدت زمان ترابرد باریکه به عمق سوخت طی می‌کند و از این رو، قبل از گسترش ناپایداری در سامانه، ترابرد باریکه انجام می‌شود. توجه به این نکته مهم است که ناپایداری رشته‌ای علی‌رغم آهنگ رشد کمتر، نسبت به ناپایداری دو-جریانی، به دلیل اثر نیروی تنگشی<sup>۱</sup> بر بدنه باریکه، تأثیر بیشتری بر روی کیفیت ترابرد آن دارد [۱۰]. ناپایداری رشته‌ای و دو-جریانی هر دو با چگالی نسبی باریکه-پلازما رابطه مستقیم دارند، در نتیجه افزایش این چگالی نسبی بر روی افزایش آهنگ رشد این دو ناپایداری، تأثیر مستقیم خواهد داشت. با توجه به این که چگالی نسبی باریکه می‌تواند در محدوده پوسه اولیه سوخت (هاله پلازما) مقادیر نزدیک به

۲. Target Normal Sheath Acceleration  
 ۳. Break-Out Afterburner  
 ۴. Radiation Pressure Acceleration  
 ۵. Weibel waves

۱. Pinching force

آهنگ رشد این ناپایداری، نخست باید معادله پاشندگی باریکه-پلاسمای سامانه استخراج شود. بدین منظور با کمک روابط ماکسول و معادله ولاسف<sup>۳</sup> که مربوط به یک پلاسمای بدون برخورد ذرات است، تانسور پاشندگی پلاسمای محاسبه می‌شود [۱۵]:

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_s \mathbf{J}_s, \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial f_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial t} + \mathbf{v}_s \cdot \frac{\partial f_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{r}} + q_s \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{B}}{\gamma_s m_s c} \right) \cdot \frac{\partial f_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad (3)$$

در رابطه (۱) تا (۳)،  $\mathbf{J}$ ،  $\mathbf{E}$ ،  $\mathbf{B}$ ،  $f_{s,0}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  و  $\mathbf{v}_s$  بردار میدان الکتریکی، بردار چگالی جریان، اولین مرتبه تابع اختلالی تابع توزیع، تابع توزیع تعادلی ذرات در فضای تکانه که وابسته به مکان و زمان است، بردار سرعت، بار الکتریکی، جرم و ضریب لورنتس برای ذره  $s$  ام در محیط سامانه باریکه-پلاسمای هستند که حروف ضخیم نشان دهنده برداری بودن کمیت است.

باید توجه کرد که بررسی سامانه در حالت خطی و ایستا و مستقل از مکان انجام می‌گیرد و تحولات زمانی سامانه مد نظر نیست ( $\partial/\partial t=0$ ). با جایگذاری معادلات (۱) و (۲) در معادله (۳) و کمی محاسبات جبری که جزئیات آن در مرجع ۱۵، آمده است، معادله پاشندگی به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\left( \epsilon_{zz} - \frac{k^r c^r}{\omega^r} \right) \epsilon_{xx} = \epsilon_{xz} \epsilon_{zx}, \quad (4)$$

که در رابطه فوق، عناصر تانسور پلاسمای که معادله پاشندگی از آن حساب می‌شود به کمک رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \sum_{s=b,e,i} \frac{\omega_s^r}{n_s \omega^r} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{p} \frac{p_i p_j}{\gamma_s} \frac{\mathbf{k} \cdot \partial f_s(\mathbf{p}, t) / \partial \mathbf{p}}{(\gamma_s m_s \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p})} + \sum_{s=b,e,i} \frac{\omega_s^r}{n_s \omega^r} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{p} \frac{p_i}{\gamma_s} \frac{\partial f_s(\mathbf{p}, t)}{\partial p_j}, \quad (5)$$

معادلات (۴) و (۵) می‌توانند، معادله پاشندگی را در حالت‌های مختلف سامانه و برای توابع توزیع مختلف برای ناپایداری رشته‌ای و ویبل تعیین کنند. در این رابطه زیروندهای  $b, i, e, s$

پروتون‌ها به صورت نسبی در نظر گرفته شده‌اند، تابع توزیع مناسب برای ذرات سامانه باید به صورت ماکسول-جوئتر<sup>۱</sup> در نظر گرفته شود [۱۹]. علاوه بر این، برای دوری از پیچیدگی معادله پاشندگی، یک تقریب نقطه زینی<sup>۲</sup> از این توزیع استفاده شده است. اما باید به این نکته توجه داشت، این تقریب زمانی معتبر است که نسبت دما به انرژی باریکه کمتر از ۰٫۱ باشد تا بتواند انطباق خوبی با تابع توزیع جوئتر داشته باشد. برای بررسی اثرات ناهمسانگردی دمایی بر ناپایداری رشته‌ای باریکه پروتونی نسبی، در بخش بعد با استفاده از تانسور پلاسمای که از معادله ولاسف به دست آمده است، به استخراج معادله پاشندگی در دو مدل سرد و گرم پرداخته می‌شود. در بخش ۳، به حل عددی معادلات به دست آمده و تحلیل و مقایسه آن با نتایج قبلی در این زمینه پرداخته می‌شود و در نهایت در بخش ۴، نتایج حاصل از این بررسی ارائه خواهد شد.

## ۲. محاسبه معادله پاشندگی

همان طور که در بخش قبلی توضیح داده شد، باریکه پروتونی نسبی در افروزش سریع بعد از ورود به سوخت چگال، دچار ناپایداری رشته‌ای می‌شود. با توجه به این که ایجاد سوختی که کاملاً از لحاظ دمایی همسانگرد باشد، تقریباً غیر ممکن است، مطمئناً ناهمسانگردی دمایی می‌تواند در محیط وجود داشته باشد که موجب رشد ناپایداری ویبل شود. از این رو، بسته به میزان ناهمسانگردی دمایی و جهت انتشار ناپایداری ویبل، اثرات تجمعی آن با ناپایداری رشته‌ای می‌تواند آهنگ رشد ناپایداری کلی را افزایش و یا کاهش دهد. همان طور که در شکل ۱ مشخص است، قطبیدگی اختلالات الکتریکی و مغناطیسی، باعث انتشار امواج الکترومغناطیسی می‌شود. در ناپایداری رشته‌ای، امواج از سرعت نسبی ذرات باردار و در ناپایداری ویبل از ناهمسانگردی دمایی سرچشمه می‌گیرد. هرگاه دمای مسیر باریکه، بزرگ‌تر از دمای محیط عمود بر مسیر باریکه باشد ناهمسانگردی دمایی مثبت و در حالت برعکس آن ناهمسانگردی دمایی منفی در سامانه موجود است. برای بررسی

۱. Maxwell-Juttner distribution

۲. Saddle-point approximation

۳. Vlasov equation

بررسی انواع مدل‌های سرد و گرم، معادله پاشندگی از جمله اشاره شده به دست خواهد آمد.

## ۲.۱. مدل سرد

با توجه به این که دمای محیط از مرتبه بزرگی keV و دمای باریکه پروتونی نیز از مرتبه MeV است، مدل سرد می‌تواند تقریب بسیار مناسبی از آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای باشد. در این مدل، توابع توزیع یون‌های باریکه و الکترون‌های پلاسمای چگال به صورت تابع دلتای دیراک در نظر گرفته می‌شود. در اینجا، تابع توزیع ذرات سامانه برای هر ذره خاص، به چگالی آن ذره در فضای تکانه بهنجار شده است.

$$f_b(\mathbf{p}) = n_b \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_{||,b}), f_e(\mathbf{p}) = n_e \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_{||,e}), f_p(\mathbf{p}) = n_p \delta(\mathbf{p}), \quad (7)$$

علاوه بر این، تکانه هر ذره دو درجه آزادی در راستای موازی با باریکه ورودی به سامانه و راستای عمود بر مسیر آن دارد:  $\mathbf{p} = p_{||} \mathbf{e}_{||} + p_{\perp} \mathbf{e}_{\perp}$  که در این رابطه  $\mathbf{e}_{||}$  و  $\mathbf{e}_{\perp}$  به ترتیب بردارهای یکه در راستای موازی و عمود بر امتداد باریکه ورودی پروتون هستند که برای راحتی محاسبات، بردارهای تکانه برای هر ذره، بدون کاربرد بردارهای یکه و با علامت زیروند موازی و عمودی به کار برده شده است. به عنوان مثال اگر باریکه در فضای دکارتی در جهت محور Z منتشر شود،  $p_{||}$  در جهت Z و  $p_{\perp}$  در جهت محورهای x و y خواهد بود. قبل از ارائه معادله، متغیرهای بدون بعدی که در محاسبه معادله پاشندگی استفاده خواهند شد، به صورت زیر معرفی می‌شوند:

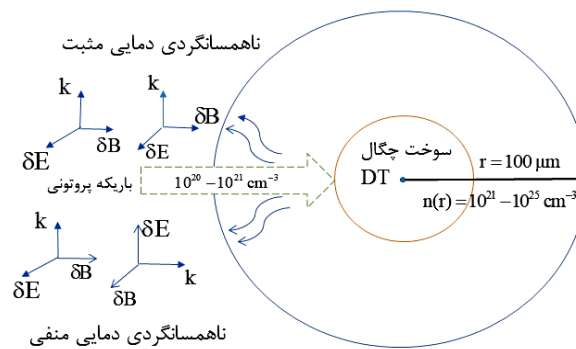
$$x = \frac{\omega}{\omega_e}, Z = \frac{kc}{\omega_e}, R = \frac{m_e}{m_H} = \frac{1}{1836}, \alpha = \frac{n_b}{n_i}, \beta_b = \sqrt{1 - \left( \frac{E_{*,b}}{E_k + E_*} \right)^2}, \beta_e = \frac{\alpha}{(1+\alpha)} \sqrt{1 - \left( \frac{E_{*,e}}{E_k + E_*} \right)^2}, \gamma_j = (1 - \beta_j^2)^{-1/2} \quad j = b, e, \quad (8)$$

تمام متغیرهای فوق به جز انرژی سکون ذرات باریکه پروتونی  $E_{0,b}$  و انرژی سکون الکترون‌ها  $E_{0,e}$  قبلاً در بخش ۲ تعریف شده‌اند. با جایگذاری رابطه (۷) در معادله (۵)، عنصر تانسور

به ترتیب به نوع ذره، الکترون‌ها، یون‌های زمینه و ذرات باریکه بر می‌گردند و  $\mathbf{k}, \mathbf{p}$  و  $\omega$  به ترتیب بردار تکانه ذرات در سامانه، بردار عدد موج ناپایداری انتشاری و بسامد زاویه‌ای موج انتشاری در محیط هستند. همچنین  $\delta_{ij}$  و  $\epsilon_{ij}$ ، دلتای کرونگر و عنصر تانسور پاشندگی سامانه باریکه-پلازما هستند که در آنها زیروندهای i و j به سه بعد در فضا اشاره می‌کنند که به عنوان نمونه در فضای دکارتی می‌توانند سه حالت x, y و z را اختیار کنند. با توجه به مشخصات سامانه برای باریکه افروزشی پروتونی نسبتی در سوخت DT در افروزش سریع، می‌توان سامانه را از لحاظ بار و جریان، خنثی در نظر گرفت. خنثایی جریان باریکه افروزشی، از شعاع باریکه پروتونی نشأت می‌گیرد که مقداری بین  $100 - 1 \mu\text{m}$  است که بسیار بزرگ‌تر از عمق پوسته الکترونی پلاسمای زمینه است ( $1.6 \times 10^{-7}$ ).  $\Delta_e = c/\omega_e \leq 0.3 \times 10^{-1}$ . سوخت DT در واقع پلاسمایی است که در آن  $\Delta_e, c$  و  $\omega_e$  به ترتیب عمق پوسته الکترونی، سرعت نور در خلأ و بسامد زاویه‌ای الکترون‌های پلازما هستند. از طرف دیگر، با توجه به این که تب باریکه پروتونی معمولاً بزرگ‌تر از معکوس بسامد نوسان الکترون‌های پلاسمای زمینه انتخاب می‌شود، با تقریب بسیار خوبی، سامانه از لحاظ بار نیز خنثی خواهد بود ( $\tau_p \geq 1/\omega_e$ ). در نتیجه روابط خنثایی بار و جریان را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sum_{s=b,e,i} n_s q_s = 0, \quad \sum_{s=b,e,i} n_s q_s \mathbf{v}_s = 0, \quad (9)$$

در رابطه (۹)، قسمت اول از سمت چپ مربوط به خنثایی بار و بخش دوم مربوط به خنثایی جریان است. باید تأکید شود که یون‌های زمینه، بدون حرکت در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به این که سامانه از لحاظ بار و جریان، خنثی در نظر گرفته شده است،  $\epsilon_{xz} = 0$  خواهد بود. از طرف دیگر، جمله  $\epsilon_{xx} = 0$  مربوط به جواب‌های تقارنی است که منجر به ناپایداری نمی‌شود. از این رو تنها عنصر تانسور پلازما که آهنگ رشد ناپایداری از آن قابل استخراج است، جمله اول معادله پاشندگی است. در ادامه



شکل ۱. طرحی از باریکه پروتونی افروزشی و اختلالات الکتریکی، مغناطیسی و ناهمسانگردی دمایی در ایده افروزش سریع.

ناپایداری را محاسبه کرد که نتیجه آن به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$x_{max} = \frac{\delta_{max}}{\omega_e} = \left[ \frac{r Z^r \beta^r \alpha}{\gamma_b^r (1+\alpha)} \left( R + \frac{\alpha}{\frac{\gamma_e^r}{\gamma_b^r} (1+\alpha)} \right) \right]^{\frac{1}{r}} \quad (10)$$

$$\left( \frac{1}{\gamma_e^r} + Z^r + \frac{R}{(1+\alpha)} + (1 + \frac{\alpha}{\gamma_b^r}) \right)^{\frac{1}{r}},$$

این رابطه، برای باریکه‌های پروتونی با چگالی نسبی بسیار کوچک ( $\alpha \rightarrow 0$ ) و  $Z$ های بسیار بزرگ ( $Z \rightarrow +\infty$ ) که معادل با طول موج‌های کوچک و پراثرژی ناپایداری است و صرف نظر کردن از  $R=1/1836$ ، می‌تواند به صورت زیر تقریب زده شود:

$$x_{max} = \frac{\delta_{max}}{\omega_e} = \sqrt{r} \beta_b \alpha \rightarrow \delta_{max} = \sqrt{r} \beta_b \alpha \omega_e, \quad (11)$$

بیان این نکته می‌تواند مفید باشد که دامنه امواج ناپایداری مورد نظر بعد از انتشار، به اندازه بازه زمانی ترابرد باریکه پروتونی از لبه سوخت پیش فشرده تا مرکز سوخت در شکل ۱ فرصت رشد کردن دارند. این فرایند به صورت نمایی ( $A(t) \propto A_0 e^{\delta t}$ ) در زمان پرواز پروتون‌ها به مکان مورد نظر نسبت به دامنه اولیه روی می‌دهد. بنابراین، با داشتن بیشینه رشد ناپایداری، می‌توان پارامترهای مناسب سامانه مورد نظر را با شرط این که ناپایداری نتواند در بازه زمانی مورد بحث، حتی یک ثابت زمانی خود را طی کند، به صورت زیر محاسبه کرد:

$$t_{flight} = \frac{r}{\beta_b c} \left\{ \rightarrow \frac{r \alpha}{c/\omega_e} = \frac{r \alpha}{\Delta_e} \leq \frac{\sqrt{r}}{r}, \quad (12) \right.$$

$$\delta_{max} t_{flight} \leq 1$$

پلازما در راستای موازی با باریکه محاسبه می‌شود که با کمک آن و استفاده از جمله اول معادله (۴)، معادله پاشندگی در مدل سرد به صورت زیر به دست خواهد آمد.

$$1 - \frac{Z^r}{x^r} - \frac{R \alpha}{\gamma_b^r (1+\alpha) x^r} \left( 1 + \frac{Z^r \beta^r}{x^r} \right) - \frac{1}{\gamma_e^r x^r} \left( 1 + \frac{Z^r \beta^r \alpha^r}{(1+\alpha)^r x^r} \right) - \frac{R}{(1+\alpha) x^r} = 0, \quad (9)$$

معادله (۹)، معادله پاشندگی سامانه باریکه-پلازما، بدون توجه به دمای آن ( $T_e=T_i=0$ ) است. نکته جالب توجهی که وجود دارد این است که در صورتی که اثر یون‌های زمینه در نظر گرفته نشود ( $n_i=0$ ) یا به عبارت دیگر ( $\alpha \rightarrow +\infty$ )، جمله آخر معادله به سمت صفر میل کرده و معادله به حالت متقارن خود که شامل یون‌های باریکه پروتونی و الکترون‌های پاسخ است تبدیل خواهد شد. از طرف دیگر همان طور که مشخص است، معادله (۹)، یک معادله جبری درجه چهارم است که به راحتی ریشه‌های آن قابل محاسبه است. در میان چهار ریشه به دست آمده، ریشه موهومی محض، مربوط به آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای است. از این رو تمرکز اصلی بر روی بررسی چنین ریشه‌هایی است و به بقیه ریشه‌ها که نشان دهنده عوامل مؤثر دیگر بر سامانه است، نمی‌پردازیم. باید توجه داشت که اگرچه مدل سرد، توصیفی ساده از سامانه ارائه می‌دهد، با این حال، اطلاعات مهم و جالبی از فیزیک مسئله را می‌تواند در اختیارمان قرار دهد. به عنوان نمونه، می‌توان با مشتق گیری ساده نسبت به متغیر  $x$  از معادله (۹)، بیشینه آهنگ رشد

$$f_s(\mathbf{p}) = \frac{n_s}{\left( r\pi\gamma_s m_s T_{\perp,s} \right)^{\frac{1}{2}} \left( r\pi\gamma_s^r m_s T_{\parallel,s} \right)^{\frac{1}{2}}} \exp\left( -\frac{p_{\perp}^2}{\left( r\gamma_s m_s T_{\perp,s} \right)} - \frac{(p_{\parallel} - p_s)^2}{\left( r\gamma_s^r m_s T_{\parallel,s} \right)} \right), s = b, e, i \quad (13)$$

در رابطه فوق  $p_{\parallel}$  و  $p_{\perp}$  و  $T_{\parallel}$  و  $T_{\perp}$  به ترتیب تکانه‌ها و دماهای ذرات در مسیر موازی با باریکه ورودی و مسیر عمود بر آن هستند. یک سامانه ناهمسانگرد از لحاظ دما به حالت‌های واقعی نزدیک‌تر است، زیرا تولید پلاسمای کاملاً همسانگرد از لحاظ دمایی در مرحله تولید سوخت پیش فشرده، تقریباً غیرممکن است و به احتمال زیاد، دما در قسمت مرکزی سوخت تولیدی، متفاوت از پوسته‌های بیرونی‌تر خواهد بود و این امر برای یک پلاسمای چگال بسیار نازک به صورت دو دمای متفاوت عمودی و افقی تقریب زده شده است. در رابطه (۱۳)، ضریب لورنتس است که به صورت  $\gamma_s = (1 + (p_{\perp}^2 + p_{\parallel}^2 / m_s^2 c^2))^{1/2}$  تعریف می‌شود. در اینجا، سامانه فقط در مسیر موازی با باریکه، نسبیتهی در نظر گرفته شده است و در نتیجه می‌توان از بخش عمودی تکانه ذرات در ضریب لورنتس صرف نظر کرد. در این حالت، یون‌های باریکه ورودی و الکترون‌های پاسخ، حرکت محوری دارند و از روی یون‌های زمینه که در مکان خود ثابت شده‌اند ( $p_i=0$ ) عبور می‌کنند. در بیشتر محاسبات، به ویژه هنگامی که باریکه ورودی به پلاسمای از نوع الکترون‌های نسبیتهی انتخاب شود، یون‌های زمینه می‌توانند صرف نظر شوند و باریکه و پاسخ پلاسمای به صورت متقارن در نظر گرفته شود. حال آن که با در نظر گرفتن یون‌های زمینه، می‌توان آهنگ رشد در سامانه‌هایی با پاسخ نامتقارن ذرات پلاسمای به ورود باریکه را نیز مورد بررسی قرار داد. از طرف دیگر، به دلیل دینامیک سنگین‌تر باریکه‌های یونی نسبت به باریکه‌های الکترونی، لازم است وجود یون‌های زمینه در ناپایداری رشته‌ای مورد توجه قرار گیرد. زیروند  $s$  در تابع توزیع رابطه (۱۳) مربوط به سه ذره موجود در سامانه، باریکه یونی (b)، الکترون‌های زمینه (e) و یون‌های زمینه (i) است. در این مدل نیز همانند مدل سرد، تابع توزیع نسبت به چگالی ذرات مورد نظر بهنجار شده است. قبل از جایگذاری توابع

در رابطه فوق،  $r, c, \Delta_e$  به ترتیب سرعت نور در خلأ، شعاع سوخت پیش فشرده و عمق پوسته الکترونی پلاسمای چگال هستند. با فرض این که شعاع سوخت پیش فشرده  $100 \mu\text{m}$  و سوخت، پلاسمایی با چگالی الکترونی  $10^{21} \text{cm}^{-3}$  باشد که عمق پوسته الکترونی آن به راحتی قابل محاسبه است، مقدار چگالی نسبی مناسب برای باریکه پروتونی که در آن ناپایداری در مدت زمان پرواز پروتون‌ها حتی نمی‌تواند یک ثابت زمانی دامنه اولیه خود را طی کند برابر با  $2.35 \times 10^{-3}$  خواهد بود. باید توجه داشت که این رابطه مستقل از انرژی باریکه است. نکته مهم دیگری که بررسی مدل سرد را بسیار جذاب می‌کند، استفاده از جواب‌های این مدل برای مدل‌هایی است که در آنها اثرات دما لحاظ شده است. این بدان علت است که با وارد شدن پارامتر دمایی در معادلات پاشندگی برای توابع توزیع ماکسولی، معادله پاشندگی، صورت غیرجبری خواهد داشت که برای استخراج جواب‌های آن، نیاز به حدس اولیه است. این حدس اولیه می‌تواند از جواب‌های مدل سرد جایگذاری شوند، چون در دماهای پایین باید این دو مدل هم‌پوشانی داشته و جواب‌های یکسان داشته باشند.

## ۲.۲. مدل گرم

در مدل گرم و نسبیتهی، تابع توزیع ذرات باید به صورت توزیع جوتنر در نظر گرفته شود که ویژگی‌های آن در مرجع [۱۹]، توضیح داده شده است. در این مرجع، دو تقریب از این تابع ارائه شده است که در دماهای از مرتبه بزرگی keV هستند که در افروزش سریع مورد توجه است. یک تقریب نقطه زینی از این تابع با تقریب ده درصد می‌تواند آهنگ رشد ناپایداری را برای این سامانه ارائه دهد. با این وجود برای دماهای بیش از keV ۲۵۰، تابع توزیع کیسه آبی<sup>۱</sup> می‌تواند تقریب مناسب‌تری باشد. تقریب نقطه زینی تابع توزیع جوتنر را که در مرجع [۱۰]، برای باریکه الکترون-نسبیتهی نیز استفاده شده است می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

۱. Water bag distribution

$$1 - \frac{Z^r}{x^r} - \frac{R\alpha}{\gamma_b(1+\alpha)x^r} \left\{ \frac{1}{\gamma_b^r} + \left( \frac{\gamma_b^r}{r} + \frac{E_{k,b}}{T_{\perp,b}} \right) \right\} W' \left( \frac{x}{Z(\gamma T_{\perp,b}/\gamma_b E_{o,b})^{1/r}} \right) - \frac{R}{(1+\alpha)x^r} \left\{ \left( \frac{A+1}{r} \right) W' \left( \frac{x}{Z(\gamma T_{\perp,i}/E_{o,i})^{1/r}} \right) \right\} - \frac{1}{\gamma_e x^r} \left\{ \frac{1}{\gamma_e^r} + \left( \frac{\gamma_e^r(A+1)}{r} + \frac{E_{k,e}}{T_{\perp,e}} \right) \right\} W' \left( \frac{x}{Z(\gamma T_{\perp,e}/\gamma_e E_{o,e})^{1/r}} \right) = 0, \quad (17)$$

اکثر متغیرهای بدون بعدی که در این رابطه ظاهر شده، قبلاً در مدل سرد در رابطه (۸) و تابع توزیع ذرات در رابطه (۱۰) تعریف شده‌اند. با این وجود، بعضی از متغیرهای جدید با در نظر گرفتن اثرات دمایی و نسبیتهی سامانه نیز به مدل افزوده شده است.  $E_{0,i}$  و  $E_{0,e}$  و  $E_{0,b}$  و  $E_{k,e}$  و  $E_{k,b}$  به ترتیب انرژی جنبشی یون‌های باریکه، الکترون‌های پاسخ و انرژی سکون یون‌های باریکه، الکترون‌ها و یون‌های زمینه هستند. در مورد انرژی سکون ذرات باید توجه شود که یون‌های باریکه، پروتونی و پلاسمای زمینه هیدروژنی است که برای راحتی کار، یون‌های سوخت DT معادل با یون‌های هیدروژن فرض شده است، زیرا افزایش جرم ذرات مطمئناً آهنگ رشد ناپایداری را کاهش می‌دهد و در سامانه واقعی، آهنگ رشد کمتر خواهد بود. ضریب  $A$ ، نسبت ناهمسانگردی دمایی سامانه را برای الکترون-ها و یون‌های زمینه نشان می‌دهد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \frac{T_{\parallel,s_1}}{T_{\perp,s_1}} - 1, \quad A\% = 100 \cdot A, \quad s_1 = e, i \quad (18)$$

نسبت ناهمسانگردی دمایی پلاسمای زمینه به صورت میزان انحراف نسبت دمایی محوری به دمایی عمود بر مسیر باریکه در محیط پلاسمای در مقایسه با حالت همسانگرد تعریف می‌شود. در نتیجه در صورتی که ضریب  $A$  مثبت باشد یعنی

توزیع ذرات در معادله (۵)، باید توجه شود که برای راحتی کار در محاسبات، تنها دو درجه آزادی برای تکانه ذرات در نظر گرفته شده است که یکی مسیر موازی با باریکه و دیگری مسیر عمود بر باریکه پروتونی است. در نتیجه، حالت متناظر در مدل جنبشی به کمک معادله (۵) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\epsilon_{\parallel} = 1 + \sum_{s=b,e,i} \frac{\omega_s^r}{n_s \omega^r} + \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{\perp} dp_{\parallel} \frac{p_{\parallel} k_{\perp} \partial f_s(\mathbf{p}, t) / \partial p_{\perp,s}}{\gamma_s m_s \omega - k_{\perp} p_{\perp,s}} + \sum_{s=b,e,i} \frac{\omega_s^r}{n_s \omega^r} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{\perp} dp_{\parallel} \frac{p_{\parallel} \partial f_s(\mathbf{p}, t)}{\gamma_s \partial p_{\parallel,s}}, \quad (14)$$

در رابطه فوق  $n_s$  و  $k_{\perp}$  به ترتیب چگالی ذره مورد نظر در پلاسمای و عدد موج ناپایداری مورد نظر است که به صورت عمود بر مسیر باریکه منتشر می‌شود و بقیه متغیرها قبلاً در بخش ۲ تعریف شده‌اند. با جایگذاری توابع توزیع ذرات رابطه (۱۳) در معادله (۱۴) و کمی محاسبات جبری، معادله کلی پاشندگی برای سامانه باریکه-پلاسمای به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \sum_{s=b,e,i} \frac{\omega_s^r}{n_s \gamma_s^r \omega^r} - \sum_{s=b,e,i} \frac{\omega_s^r}{n_s \gamma_s \omega^r} \frac{p_{\parallel,s}^r + \gamma_s^r m_s T_{\parallel}}{r \gamma_s m_s T_{\perp}} W' \left( \omega / k_{\perp} \sqrt{\gamma_s T_{\perp} / m_s} \right), \quad (15)$$

اگر این عنصر پلاسمای برابر با  $k_{\perp}^2 c^2 / \omega^2$  قرار داده شود، آنگاه معادله پاشندگی را برای مدهای ناپایداری که به صورت عمود بر مسیر باریکه منتشر می‌شوند نشان خواهد داد [۲۰]. در رابطه (۱۵)،  $W'(\omega / k_{\perp} \sqrt{2T_{\perp} / \gamma_s m_s})$  مشتق تابع پاشندگی پلاسمای است که به صورت زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$W(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{(t-\xi)} dt, \quad W'(\xi) = -2(1+W(\xi)), \quad (16)$$

با در نظر گرفتن سه ذره موجود در سامانه باریکه-پلاسمای و استفاده از معادله کلی (۱۵)، معادله پاشندگی سامانه در محیطی با ناهمسانگرد دمایی به صورت زیر نوشته می‌شود:

زمینه باشد. این ناپایداری در مرجع ۸ برای باریکه‌ای پروتونی رقیق با چگالی نسبی باریکه به پلاسما  $0.1/0$  مورد بررسی قرار گرفته است و نتیجه به دست آمده بیان می‌کند که اگر دوره تناوب تپ باریکه، کوتاه‌تر از ۵ ثابت زمانی افزایش دامنه ناپایداری باشد، باریکه پروتونی می‌تواند بدون مواجهه با ناپایداری رشته‌ای به قلب سوخت چگال دست یابد. با این وجود، چند موضوع در مورد این باریکه باقی می‌ماند. اولاً، با پیشرفت‌های اخیر در زمینه شتابگرهای پروتونی، انرژی باریکه‌های افزایشی به بیش از  $100 \text{ MeV}$  رسیده است. این موضوع در مورد تمام باریکه‌ها نشان داده شده است که افزایش انرژی آنها می‌تواند آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای را افزایش دهد. دوماً، اگر چه باریکه در پلاسما چگال می‌تواند رقیق در نظر گرفته شود با این وجود در بخش هاله، پوسته اولیه سوخت  $DT$ ، چگالی باریکه به پلاسما عدد بزرگی است و نمی‌تواند باریکه را رقیق در نظر گرفت. سوماً، تقریباً غیر ممکن است که بتوان در مرحله گرم سازی و فشرده سازی سوخت، یک محیط کاملاً همسانگرد از لحاظ دمایی برای سامانه ایجاد کرد. این ناهمسانگردی دمایی می‌تواند منجر به انتشار ناپایداری ویبل شود که میل ترکیبی زیادی با ناپایداری رشته‌ای دارد. این امر در مورد باریکه الکترونی در مراجع [۱۷ و ۱۸] بررسی شده است که نشان می‌دهند رشد ناپایداری ویبل و ترکیب آن با ناپایداری رشته‌ای می‌تواند اثرات کاهشی و یا افزایشی بر آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای بگذارد. در این بخش در ابتدا با حل عددی معادله پاشندگی در مدل سرد، آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای در چگالی‌های نسبی متفاوت استخراج می‌شود. سپس با استفاده از مقادیر به دست آمده برای آهنگ رشد در این مدل، به عنوان حدس اولیه در دستور FindRoot در نرم افزار ممتیکا<sup>۱</sup>، به حل معادله غیرجبری پاشندگی در مدل گرم پرداخته می‌شود و اثرات ناهمسانگردی دمایی محیط بر روی آهنگ رشد، در تمامی طول موج‌های ناپایداری به دست خواهد آمد. در پایان به مطالعه رفتار آهنگ رشد ناپایداری در یک طول موج خاص در یک بازه کلی از درصد ناهمسانگردی پرداخته می‌شود.

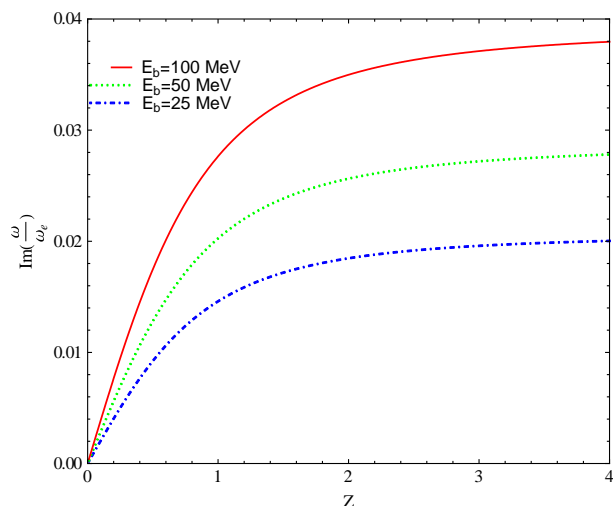
دمای ذرات پلاسما در مسیر باریکه، بزرگ‌تر از دما در مسیر عمود بر باریکه است و در صورتی که منفی باشد نکته بیان شده به صورت برعکس است و حالتی که  $A=0$  باشد، محیط پلاسما از نظر دمایی همسانگرد است. باید توجه شود که دمای الکترون‌ها و یون‌های زمینه با یکدیگر برابر در نظر گرفته شده‌اند. ضریب  $A\%$  در واقع درصد ناهمسانگردی دمایی و درصد انحراف نسبت دمایی از حالت همسانگرد را نشان می‌دهد. در افزایش سریع، معمولاً دمای محیط می‌تواند بین  $10-1 \text{ keV}$  تغییر کند و در نتیجه می‌توان محدوده ناهمسانگردی را بین  $0.9-9$  در نظر گرفت. با این وجود، گرم کردن و فشرده سازی سوخت به گونه‌ای انجام می‌شود که تا حد ممکن، پلاسما چگال از لحاظ دمایی و چگالی همسانگرد باشد. به همین دلیل، محدوده مورد بررسی این پژوهش، درصد ناهمسانگردی دمایی  $10\%-100\%+$  انتخاب شده است. اگرچه این موضوع کاملاً مشخص است که ناهمسانگردی منفی از  $90\%$  تجاوز نخواهد کرد، با این حال این برونمایی از حالت استاندارد برای حالت منفی انجام شده است. ما در اینجا تنها به تأثیرات ناهمسانگردی دمای محیطی سامانه پرداخته‌ایم و ناهمسانگردی دمایی باریکه پروتونی در نظر گرفته نشده است.

### ۳. نتایج عددی

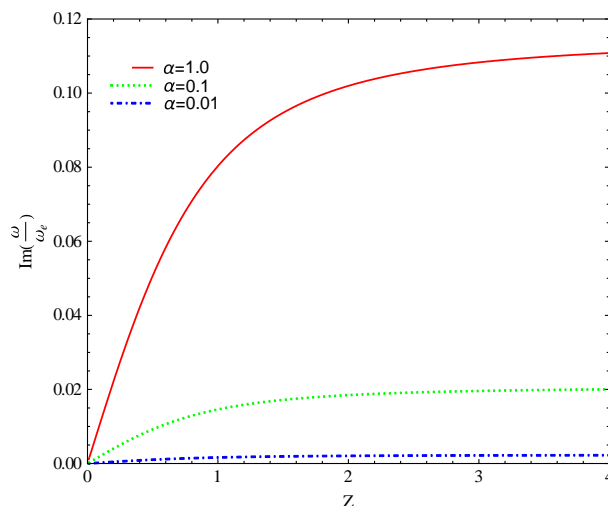
باریکه‌های یونی به ویژه باریکه پروتونی به عنوان یکی از افزوننده‌های مهم و مورد علاقه پژوهشگران در این زمینه است. با این وجود، به محض ورود باریکه یونی به پلاسما چگال، ناپایداری‌های بونمن و رشته‌ای و ویبل در مسیر باریکه رشد می‌کنند و پایداری آن با مشکل مواجه می‌شود. ناپایداری بونمن در مرجع ۷ بررسی شده است و بیشینه آهنگ رشد آن برای باریکه‌ای با چگالی نسبی به پلاسما  $0.1/0$  و انرژی  $15 \text{ MeV}$  برابر با  $0.52/0$  برابر بسامد الکترون‌های زمینه به دست آمده است که با ملاحظات دمایی از مرتبه  $\text{keV}$  در محیط افزایش سریع، قابل رفع شدن است. از طرف دیگر ناپایداری رشته‌ای به دلیل وارد آوردن نیروی تنگشی بر یون‌های باریکه، باعث فروپاشی آن می‌شود که می‌تواند موضوع مهم دیگری در این

۱. Mathematica





**شکل ۳.** آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای برای باریکه پروتونی برحسب تغییرات اعداد موج بهنجار شده  $Z=k\omega/\omega_e$  با چگالی نسبی  $\alpha=0.1$  در مدل سرد و در انرژی‌های مختلف.



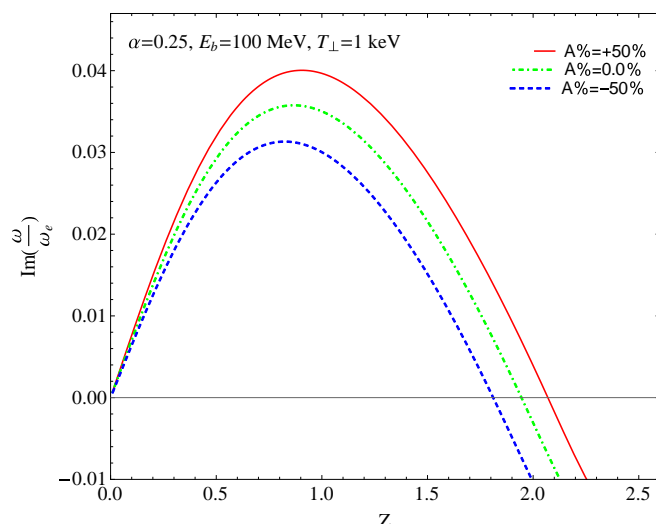
**شکل ۴.** آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای برای باریکه پروتونی برحسب تغییرات اعداد موج بهنجار شده  $Z=k\omega/\omega_e$  با انرژی ۲۵ MeV در مدل سرد و در چگالی‌های نسبی مختلف.

آهنگ رشد با افزایش چگالی نسبی، رابطه‌ای تقریباً خطی دارد. اما با افزایش چگالی نسبی از  $0.1$  تا  $1$ ، آهنگ رشد افزایش تقریبی ۵ برابری را تجربه می‌کند ( $5/0.1=50$ ). در کل از لحاظ فیزیک مسئله، شاید بتوان افزایش آهنگ رشد ناپایداری را به افزایش شدت میدان‌های الکتریکی ( $\delta E$ ) و مغناطیسی ( $\delta B$ ) القایی در اثر پاسخ پلاسما به ورود باریکه پروتونی نسبت داد. بدین صورت که، ناپایداری رشته‌ای در واقع، موج الکترومغناطیسی حاصل از قطبیده شدن این دو موج اختلالی الکتریکی و مغناطیسی است. در نتیجه هر چه باریکه چگال‌تر باشد، تعداد ذره در واحد سطح افزایش یافته و این به منزله افزایش جریان باریکه پروتونی است و مسلماً جریان باریکه بیشتر، طبق قانون آمپر، منجر به امواج اختلالی مغناطیسی و الکتریکی شدیدتر می‌شود که در نتیجه موج قطبیده و یا ناپایداری رشته‌ای، با شدت بیشتری در محیط منتشر خواهد شد.

همان طور که در ابتدای این بخش اشاره شد، در شکل ۳ به بررسی اثر افزایش انرژی باریکه پروتونی بر آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای در مدل سرد پرداخته شده است. چگالی نسبی مورد استفاده برای تمامی حالت‌ها برابر  $0.1$  است. بیشینه

در شکل ۲ آهنگ رشد ناپایداری در انرژی ۲۵ MeV و در چگالی‌های نسبی باریکه به پلاسماهای  $0.1$ ،  $0.01$  و  $0.001$  بررسی شده است. این چگالی‌ها از این جهت انتخاب شده‌اند که در مرجع ۷ از چگالی نسبی  $0.1$  و در مرجع ۸ از چگالی نسبی  $0.01$  برای باریکه پروتونی استفاده شده است و چگالی نسبی واحد، برای حالتی است که باریکه پروتونی، وارد پوسته اولیه سوخت پیش فشرده در افروزش سریع می‌شود. باید توجه شود که آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای در تمام موارد به بسامد الکترون-های زمینه، بهنجار شده است. همان طور که مشخص است در این مدل، آهنگ رشد برای تمامی موارد از کمترین مقدار شروع به افزایش می‌کند و در اعداد موج بزرگ به مقدار ثابتی می‌رسد. این مقدار ثابت برای چگالی  $0.1$  برابر با  $0.0223\omega_e$ ، برای چگالی نسبی  $0.1$  برابر با  $0.02\omega_e$  و برای چگالی نسبی  $0.01$  به مقدار  $0.01\omega_e$  است.

با مقایسه این آهنگ‌های رشد، به نقش مهم چگالی نسبی باریکه به پلاسما در سرعت رشد ناپایداری می‌توان پی برد، به طوری که با افزایش ده برابری چگالی نسبی از  $0.01$  به  $0.1$ ، افزایش آهنگ رشد نیز تقریباً ده برابر می‌شود ( $9/1=0.02/0.002$ ). این موضوع نشان می‌دهد که در این بازه،



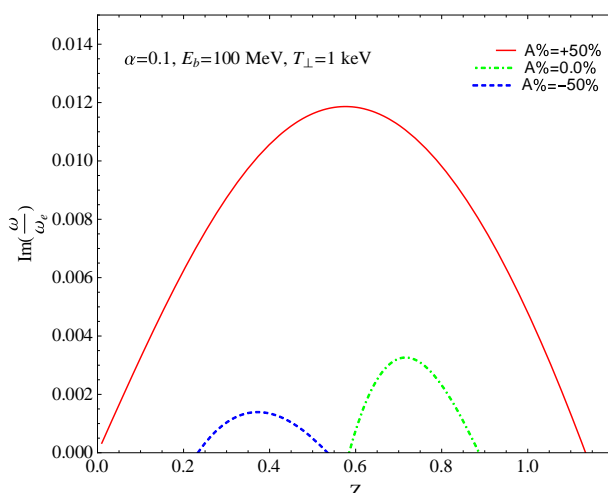
شکل ۴. آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای برای باریکه پروتونی بر حسب تغییرات اعداد موج بهنجار شده  $Z=kc/\omega_e$  با چگالی نسبی  $\alpha=0.25$  در مدل گرم در انرژی  $100 \text{ MeV}$  و درصدهای ناهمسانگردی دمایی متفاوت و دمای عمودی  $T_{\perp}=1 \text{ keV}$ .

(عدد موج ناپایداری) به بیشترین مقدار خود می‌رسد که موج-های ناپایداری با کمترین طول موج و بیشترین نیروی تنگشی بر بدنه باریکه اثر کنند. از این رو، در مدل سرد در مقادیر بالای  $Z$ ، یک آهنگ رشد ثابت در تمام نمودارهای مدل سرد وجود دارد [۱۱ و ۲۱].

در شکل ۴ به مقایسه آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای در مدل گرم در محیط‌های همسانگرد و ناهمسانگرد منفی و مثبت برای یک باریکه پروتونی با انرژی  $100 \text{ MeV}$  و چگالی نسبی  $0.25$ ، دمای عمودی محیطی  $1 \text{ keV}$  پرداخته شده است. در نموداری که درصد ناهمسانگردی دمایی برابر  $50\%$  است، بدین معنی است که دمای محیطی در مسیر موازی با باریکه پروتونی  $1.5$  برابر دمای محیطی الکترون‌ها و یون‌های زمینه در مسیر عمود بر باریکه است ( $T_{\perp}/T_{\parallel}=1.5$ ). در این حالت، بیشینه آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای در اثر تجمیع این ناپایداری با ناپایداری ویبل از مقدار  $0.35 \omega_e$  در حالت همسانگرد ( $A=0.0\%$ ) به  $0.4 \omega_e$  در حالت جفت شده مثبت رسیده است که مقدار تقریبی  $14.3\%$  افزایش را در آهنگ رشد این ناپایداری نسبت به حالت همسانگرد در پی دارد.

در حالت ناهمسانگردی دمایی  $50\%$  که به منزله این است که دمای محیط پلاسما در مسیر موازی با باریکه پروتونی،

مقدار آهنگ رشد در انرژی  $25 \text{ MeV}$  مقدار  $0.2 \omega_e$  است که در شکل ۲ نیز مشاهده شد. این مقدار بیشینه، برای انرژی  $25 \text{ MeV}$  به مقدار  $0.278 \omega_e$  و برای انرژی  $100 \text{ MeV}$  برابر با  $0.379 \omega_e$  است. باید توجه شود که در انرژی‌های بیشتر از  $25 \text{ MeV}$ ، سامانه باید به صورت نسبی بررسی شود و این اثرات نسبی در مدل سرد در معادله (۹) لحاظ شده است. از این رو برای باریکه‌ای با چگالی نسبی  $0.1$  با دو برابر شدن انرژی، آهنگ رشد  $1.35$  برابر مقدار قبلی و با  $4$  برابر شدن انرژی، آهنگ رشد  $1.95$  برابر مقدار اولیه خواهد شد. اثرات افزایشی این دو پارامتر، یعنی چگالی نسبی و انرژی بر روی آهنگ رشد ناپایداری این باریکه کاملاً مشخص است. در شکل‌های ۲ و ۳ در اعداد موج بسیار بزرگ و یا طول موج‌های بسیار کوچک از موج ناپایداری و یا به عبارت دیگر مدهای پرنرژی، آهنگ رشد به مقدار ثابتی می‌رسد. این نکته را می‌توان از نظر فیزیکی به افزایش نیروی تنگشی در اثر افزایش آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای مرتبط دانست. در مدل سرد، این نیرو یک مقدار بیشینه دارد. زمانی که این نیرو به مقدار بیشینه خود برسد، آنگاه آهنگ رشد ناپایداری دیگر نمی‌تواند به افزایش خود ادامه دهد. همچنین، اندازه نیروی مؤثر بر باریکه در اثر ناپایداری رشته‌ای، با طول موج ناپایداری رابطه عکس دارد. در نتیجه زمانی،

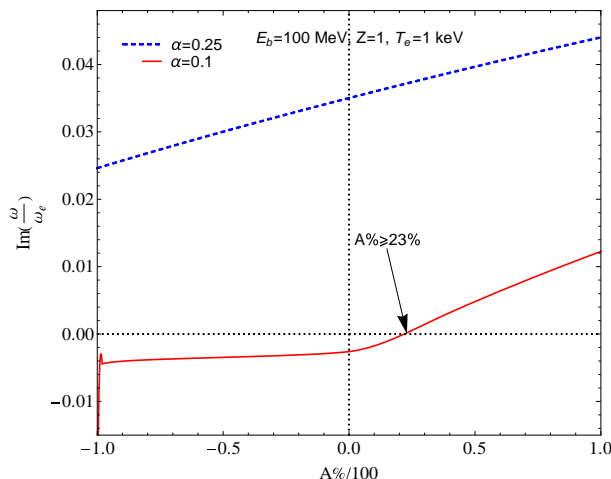


شکل ۵. آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای برای باریکه پروتونی برحسب تغییرات اعداد موج بهنجار شده  $Z=kc/\omega_e$  با چگالی نسبی  $\alpha=0.1$  در مدل گرم در انرژی  $100 \text{ MeV}$  و درصد‌های ناهمسانگردی دمایی متفاوت و دمای عمودی  $T_{\perp}=1 \text{ keV}$ .

می‌دهد. در اینجا برای انحراف از حالت ناهمسانگردی دمایی برای یک باریکه با چگالی نسبی  $0.1$  که نسبت به حالت قبل  $2.5$  برابر رقیق‌تر است، ناهمسانگردی مثبت تقریباً  $4.4$  برابر بیشتر از ناهمسانگردی منفی برای تغییرات یکسان آهنگ رشد ناپایداری را نسبت به حالت همسانگرد تغییر می‌دهد که این نکته برای مورد قبلی با یک باریکه چگال‌تر، مقدار تقریبی  $1.24$  برابر بود. در مورد اعداد موج قطع باید توجه شود که برای حالت ناهمسانگردی دمایی مثبت،  $Z \geq 1.136$  و برای حالت همسانگردی منفی،  $0.53 \leq Z \leq 2.2$  است و برای بقیه اعداد موج، ناپایداری ممنوع شده است. در مدل گرم برعکس مدل سرد، بعد از این که آهنگ رشد ناپایداری به مقدار بیشینه رسید، به جای این که به مقدار ثابتی میل کند شروع به کاهش می‌کند و آهنگ رشد در یک نقطه در عدد موج قطع به صفر می‌رسد. این موضوع را باید به اثرات دمایی سامانه ربط داد، به گونه‌ای که با اضافه شدن آن به سامانه، دیگر اندازه رشته‌های ناپایداری نمی‌تواند بر خلاف مدل سرد به هر اندازه‌ای کوچک شوند و این نکته باعث می‌شود که نیروی حاصل از فشار بتواند به نیروی تنگشی ناپایداری غلبه کند. در نتیجه رو به کاهش نهادن نیروی حاصل، رشته‌های حاصل از ناپایداری منبسط شده و آهنگ رشد ناپایداری کاهش می‌یابد.

نصف دمای ذرات زمینه در مسیر عمود بر باریکه است، آهنگ رشد ناپایداری از  $0.35$  به  $0.31$  برابر  $\omega_e$  رسیده است که مقدار تقریبی  $11.5\%$  کاهش را نسبت به حالت همسانگرد نشان می‌دهد. عدد موج قطع،  $Z_{cut}$  نیز در حالت ناهمسانگردی منفی، نسبت به حالت خالص و ناهمسانگردی مثبت زودتر اتفاق می‌افتد و آهنگ رشد ناپایداری در این عدد موج، وارد بخش منفی محور شده و موج‌های میرا در محیط منتشر می‌شوند که به منزله این است که ناپایداری خاموش شده است.

در شکل ۵ به غیر از چگالی نسبی باریکه به پلاسما که برابر با  $0.1$  است و از باریکه رقیق‌تری نسبت به مورد قبلی در شکل ۴ استفاده شده است، تمام شرایط یکسان است. افزایش آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای در حالت ناهمسانگردی مثبت که ناپایداری رشته‌ای با ناپایداری ویبل تجمیع شده نسبت به حالت خالص قابل توجه است، به طوری که آهنگ رشد ناپایداری از  $0.328$  به  $0.118$  برابر  $\omega_e$  می‌رسد که این پارامتر باعث شده است که آهنگ رشد ناپایداری،  $259\%$  نسبت به حالت خالص ناپایداری رشته‌ای افزایش یابد. در حالی که در حالت ناهمسانگردی منفی، زمانی که مقدارش به  $5\%$  می‌رسد، بیشینه آهنگ رشد ناپایداری از  $0.328$  به  $0.014$  برابر  $\omega_e$  می‌رسد که  $57\%$  کاهش را نسبت به حالت همسانگرد نشان



شکل ۶. آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای برای باریکه پروتونی برحسب تغییرات ناهمسانگردی دمایی محیطی در اعداد موج بهنجار شده  $Z=1$  در مدل گرم با چگالی نسبی  $\alpha=0.1, 0.25$  و در انرژی  $100 \text{ MeV}$  و دمای عمودی  $T_e=1 \text{ keV}$ .

است، بخشی از جمعیت الکترون‌های پاسخ به سمت عمودی منحرف و از جریان الکترونی پاسخ به ورود باریکه پروتونی کاسته می‌شود. در نتیجه، ناپایداری رشته‌ای در حالت ناهمسانگردی منفی کاهش می‌یابد. در حالت ناهمسانگردی مثبت، این موضوع برعکس است، یعنی جریان الکترونی از بخش عمود بر مسیر باریکه به بخش موازی با مسیر باریکه تزریق شده و جمعیت الکترون‌های پاسخ افزایش می‌یابد، در نتیجه بر شدت جریان الکترونی پاسخ افزوده شده و ناپایداری رشته‌ای افزایش می‌یابد. البته شکل ۶ تنها برای عدد موج  $Z=1$  قابل استناد است، اما با توجه به این که در شکل ۵ برای عدد موج  $Z=1$  و چگالی نسبی  $\alpha=0.1$  ناپایداری ممنوع است، در نتیجه می‌توان به پایداری کل طیف ناپایداری برای چگالی نسبی  $\alpha=0.1$  اعتماد کرد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ناپایداری رشته‌ای باریکه پروتونی نسبی در سوخت پیش فشرده DT که از لحاظ دمایی ناهمسانگرد بود، بررسی شده است. این موضوع در ابتدا با حل معادله (۹) در مدل سرد که اثرات دمایی در آن لحاظ نشده بود، انجام شد. این مدل از دو جنبه اهمیت داشت: ۱. حدس اولیه برای حل معادله غیرجبری مدل گرم، ۲. نشان دادن اثرات چگالی نسبی باریکه و

در شکل ۶، به بررسی اثرات ناهمسانگردی دمایی محیط پلاسما بر روی آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای برای یک باریکه پروتونی با چگالی نسبی  $\alpha=0.1$  و  $0.25$  و انرژی  $100 \text{ MeV}$  در بازه ناهمسانگردی دمایی، مثبت و منفی  $10\%$  و دمای عمودی در محیط پلاسما برابر با  $1 \text{ keV}$  برای عدد موج  $Z=1$  پرداخته شده است. در چگالی نسبی  $\alpha=0.1$ ، تنها زمانی ناپایداری در محیط منتشر خواهد شد که مقدار ناهمسانگردی دمایی محیط بیشتر از  $23\%$  باشد و مقدار ناپایداری برای باریکه‌ای با ویژگی‌هایی که برشمرده شد ممنوع است. برای مقادیر ناهمسانگردی دمایی مثبت بیشتر از مقدار فوق‌الذکر، آهنگ رشد ناپایداری از مقدار صفر شروع شده و به صورت خطی به مقدار  $0.01$  در ناهمسانگردی  $10\%$  خواهد رسید. اما در باریکه‌هایی با چگالی نسبی بزرگ‌تر از  $\alpha=0.1$  به عنوان نمونه مورد  $0.25$ ، آهنگ رشد ناپایداری از  $0.0244$  در ناهمسانگردی دمایی  $10\%$  به صورت خطی به مقدار  $0.0441$  در ناهمسانگردی دمایی  $100\%$  می‌رسد. در واقع می‌توان گفت در چگالی‌های نسبی بزرگ‌تر از  $\alpha=0.1$  به صورت تقریبی در هر ناهمسانگردی دمایی، ناپایداری وجود دارد، اما میزان آهنگ رشد آن همواره در ناهمسانگردی دمایی مثبت، بزرگ‌تر از ناهمسانگردی دمایی منفی خواهد بود. این موضوع می‌تواند بدین صورت توجیه شود که، زمانی که دمای عمودی بزرگ‌تر از دمای محوری

نتایج مرجع [۸] برای حالت همسانگرد که در واقع یک مدل ساده‌تر است، خللی ایجاد نمی‌شود.

در نهایت باید به این نکته اشاره شود که در این پژوهش از دو تقریب نسبتاً نزدیک به حالت واقعی بهره گرفته شده است که اولی مربوط به چگالی سوخت است. در مدل افروزش سریع که در شکل ۱ مشخص است، چگالی سوخت در لبه هدف کروی پیش فشرده شده از  $10^{21} \text{ cm}^{-3}$  در بدو ورود تا  $10^{25} \text{ cm}^{-3}$  در لبه سوخت چگال تغییر می‌کند. این تغییرات چگالی، باعث کاهش آهنگ رشد ناپایداری می‌شود و در واقع تقریب چگالی  $10^{21} \text{ cm}^{-3}$  با ایجاد یک مدل ساده تر، حد بالای آهنگ رشد ناپایداری را تعیین خواهد کرد که مدل مناسب‌تری است. تقریب بعدی مربوط به انرژی باریکه پروتونی نسبتی است که در حال حاضر به طور معمول برای بازدهی بیشتر در نهشت انرژی در سوخت چگال از باریکه‌هایی با انرژی کمتر در حالت تجربی استفاده می‌شود. این موضوع نیز به دلیل رابطه مستقیم کاهش انرژی باریکه با آهنگ رشد ناپایداری و تمرکز محاسبات بر بیشینه آهنگ رشد ناپایداری، چندان قابل اعتنا نیست. اشاره بر این نکته نیز مفید خواهد بود که احتمالاً، ناپایداری دوجریانی نیز در سامانه وجود خواهد داشت. با این وجود، نتایج بررسی پارامتر ناهمسانگردی دمایی بر روی ناپایداری دوجریانی باریکه الکترونی، تنها اثر کاهش را نشان می‌دهد [۱۵]. از این رو تغییرات این پارامتر در حالت ناهمسانگردی مثبت، می‌تواند ناپایداری رشته‌ای را با ناپایداری دو-جریانی از لحاظ سرعت احاطه بر سامانه قابل رقابت سازد. به طور کلی، در بررسی خرده ناپایداری‌ها، همواره محاسبه آهنگ رشد از اهمیت بالایی برخوردار است، زیرا با توجه به آن بسیاری از پارامترهای سامانه از قبیل: چگالی نسبی، ابعاد هدف و انرژی باریکه می‌تواند به گونه‌ای طراحی شود که ترابرد باریکه افروزنده به صورت با کیفیت و با کمترین اتلاف انرژی صورت گیرد و بهره انرژی افزایش یابد.

انرژی آن بر آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای. نتایج حاصل از مدل سرد نشان داد که اگر این دو پارامتر افزایش یابند، آنگاه آهنگ رشد ناپایداری نیز افزایش خواهد یافت. از طرف دیگر، مرجع ۷ به بررسی ناپایداری بونمن باریکه پروتونی با چگالی نسبی ۰/۱ پرداخته است، اما در پایان، بیشینه آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای به صورت تقریبی نصف بیشینه آهنگ رشد ناپایداری بونمن که برابر با  $0.052 \omega_e$  بود اعلام شده است. نتایج بررسی این پژوهش در مدل سرد در چگالی مورد نظر، برابر با  $0.02 \omega_e$  به دست آمد که مقدار تقریبی  $0.006 \omega_e$  کمتر از مقدار محاسبه شده در مرجع مورد بحث است. در مرجع ۸ که آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای باریکه پروتونی رقیق با چگالی نسبی ۰/۱ و انرژی باریکه  $25 \text{ MeV}$  در سوخت همسانگرد مورد بررسی قرار گرفته است، سامانه از لحاظ ناپایداری رشته‌ای، پایدار معرفی شده است که با نتایج این پژوهش در حالت همسانگرد ( $A=0.0$ ) منطبق است.

در مدل گرم با وارد شدن اثرات دمایی مشخص شد که چنانچه مؤلفه دما در مسیر موازی با باریکه، بیشتر از مؤلفه دما در مسیر عمود بر باریکه باشد (ناهمسانگردی مثبت)، ناپایداری رشته‌ای برای باریکه‌هایی با چگالی نسبی کمتر، با آهنگ رشد بیشتری نسبت به حالت همسانگرد روبرو می‌شود که به عنوان نمونه در شکل ۵، میزان افزایش آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای در محیطی با ناهمسانگردی دمایی  $+50\%$  نسبت به حالت محیط همسانگرد در چگالی نسبی ۰/۱، افزایش  $259\%$  را تجربه می‌کند. اما برای چگالی نسبی ۰/۲۵ در شکل ۴ این افزایش نسبت به حالت همسانگرد تنها  $14.3\%$  است. در مورد ناهمسانگردی منفی یعنی زمانی که دمای عمود بر مسیر باریکه، بزرگ‌تر از دما در مسیر موازی با باریکه است، آنگاه آهنگ رشد ناپایداری رشته‌ای کاهش می‌یابد و این کاهش برای باریکه‌های رقیق‌تر، بیشتر است. از طرف دیگر اثرات ناهمسانگردی دمایی، زمانی بر رشد ناپایداری رشته‌ای باریکه پروتونی مؤثر است که چگالی نسبی باریکه پروتونی به پلاسما، بزرگ‌تر از ۰/۱ و ناهمسانگردی مثبت، بزرگ‌تر از  $23\%$  باشد که در مقایسه با

## مراجع

1. M H Key, *et al.*, *Fusion Science and Technology* **49**, **3** (2006) 440.
2. E Nakar, A Bret, and M Milosavljević, *The Astrophysical Journal* **738**, **1** (2011) 93.
3. M Roth, *et al.*, *Physical Review Letters* **86**, **3** (2001) 436.
4. S Atzeni and J Meyer-ter-Vehn, “*The Physics of Inertial Fusion: Beam Plasma Interaction*”, Clarendon press Oxford (2004).
5. M Tabak, *et al.*, *Physics of Plasmas* **1** (1994) 1626.
6. A Bret and C Deutsch, *Physics of Plasmas* **12**, **8** (2005) 082704.
7. A Bret, *Physics of Plasmas* **16**, **9** (2009) 094505.
8. C Deutsch, *Laser and Particle Beams* **21** (2003) 33.
9. C Deutsch, *Laser and Particle Beams* **22**, **2** (2004) 115.
10. R B Miller, “*An Introduction to the Physics of Intense Charged Particle Beams*”, New York & London Plenum (1982).
11. A Bret, M C Firpo, and C Deutsch, *Physical Review E* **70**, **4** (2001) 046401.
12. N P Dover and Z Najmudin, *High Energy Density Physics* **8**, **2** (2012) 170.
13. M Roth and M Schollmeier, *Proceedings of the 2014 CAS-CERN Accelerator School: Plasma Wake Acceleration* **1** (2016).
14. L Yinc, *et al.*, *Physics of Plasmas* **14**, **5** (2007) 056706.
15. A Petrin, “*Wave Propagation in Materials for Modern Applications*”, BoD Books on Demand (2010).
16. A Stockem, M Lazar, and A Smolyakov, *Journal of Plasma Physics* **75**, **4** (2009) 529.
17. A Bret and C Deutsch, *Physics of Plasmas* **13**, **2** (2006) 022110.
18. Q Jia, *et al.*, *Physics of Plasmas* **20**, **3** (2013) 032113.
19. L A Cottrill, *et al.*, *Physics of Plasmas* **15**, **8** (2008) 082108.
20. M Lazar, *et al.*, *Journal of Plasma Physics* **75**, **1** (2009) 19.
21. L O Silva and R A Fonseca, *Physics of Plasmas* **9**, **6** (2002) 2458.