

روابط کوانتومی ورودی- خروجی برای متامواد مغناطودی الکتریک چند لایه‌ای جاذب و ناهمسانگرد

مرضیه حسین‌زاده^۱، احسان عموقربان^۱ و علی مهدی‌فرا^۲

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهرکرد

۲. گروه پژوهشی فوتونیک، دانشگاه شهرکرد

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۷/۷؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۱۲/۱۱)

چکیده

در این مقاله با استفاده از رهیافت پدیده‌شناختی، میدان الکترومغناطیسی را در محیط‌های مغناطودی الکتریک جاذب، پاشنده و ناهمسانگرد کوانتیده می‌کنیم. در ادامه، روابط کوانتومی ورودی- خروجی را برای متامواد چند لایه‌ای تخت ناهمسانگرد به دست می‌آوریم. به عنوان کاربردی از رهیافت ارایه شده به بررسی اثرات اتلافی و ناهمسانگردی یک تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد بر ویژگی‌های کوانتومی حالت‌های فرودی می‌پردازیم. بدین منظور، با الگوسازی تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد توسط مدل لورنتس، چلانگی کوادراتوری و پارامتر مندل حالت‌های خروجی را برای وضعیتی که حالت‌های فرودی از سمت راست و چپ تیغه مغناطودی الکتریک به ترتیب حالت همدوس دو مدی و حالت خلأ کوانتومی هستند، محاسبه می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: متامواد چند لایه‌ای، کوانتش امواج الکترومغناطیسی، ناهمسانگردی، چلانگی کوادراتوری و پارامتر مندل

۱. مقدمه

فلزی کوچک و مانند آنها ساخت، که این واحدهای زیر طول موجی متا اتم یا متا مولکول نامیده می‌شوند. معمولاً هندسه این ساختارها به گونه‌ای طراحی می‌شوند که دارای ضریب شکست مثبت با هر مقدار دلخواه و یا حتی ضریب شکست منفی باشند. به طوری که اگر گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی متامواد در یک ناحیه بسامدی معین به طور هم زمان منفی باشد، بردار میدان الکتریکی، بردار میدان

متامواد به خاطر ویژگی‌های اپتیکی منحصر به فرد (که در طبیعت یافت نمی‌شود) در دو حوزه نظری و تجربی بسیار مورد توجه محققان و پژوهشگران قرار گرفته‌اند. متامواد ویژگی‌های خود را بیشتر از ساختار واحدهای اجزای تشکیل دهنده خود دریافت می‌کنند. این مواد را می‌توان از ترکیب میله‌های زیرطول موجی و مجموعه‌ای از مشددهای حلقه‌ای

ساخت‌مندی در پیمانۀ کولن یا ویل، عملگرهای میدان الکترومغناطیسی را برحسب چگالی جریان نوفه و تانسور گرین سامانه به دست می‌آوریم. در این رهیافت نشان داده خواهد شد که پتانسیل برداری و تکانه مزدوج با آن در روابط جابه‌جایی کانونی صدق می‌کنند.

در این مقاله، در بخش اول به بررسی کوانتس میدان الکترومغناطیس در حضور محیط‌های مغناطودی‌الکتریک جاذب، پاشنده و ناهمسانگرد می‌پردازیم. در بخش دوم تانسور گرین سامانه را که در معادله کلاسیکی موج صدق می‌کند برای یک محیط ناهمسانگرد نامتناهی محاسبه می‌کنیم. مشاهده می‌کنیم که به خاطر حضور اثرات ناهمسانگردی محیط، عملگرهای خلق و نابودی با دو قطبش عمود بر هم ظاهر می‌شوند. سپس با اعمال شرایط مرزی روی مولفه‌های مماسی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی رابطه عملگرهای نابودی را در عبور از لایه‌های متفاوت به دست می‌آوریم. با استفاده از این روابط، به عنوان یکی از اهداف اصلی این مقاله، روابط کوانتومی ورودی-خروجی را برای تمام‌مواد چند لایه‌ای ناهمسانگرد به دست می‌آوریم. این رابطه نقطه شروع ما در محاسبات بعدی برای بررسی اثرات ناهمسانگردی و اتلافی تمام‌مواد چند لایه‌ای بر مدهای فرودی است. در بخش چهارم یک حالت هم‌دوس دو مدی را که از سمت چپ بر یک تیغه مغناطودی‌الکتریک فرود می‌آید در نظر گرفته و تغییرات عدم قطعیت مولفه‌های کوادراتوری و آمار فوتونی تابش مزبور را به صورت عددی بررسی می‌کنیم. سرانجام، در بخش آخر به نتیجه‌گیری می‌پردازیم.

۲. کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور محیط

مغناطودی‌الکتریک ناهمسانگرد نامتناهی

در این بخش میدان الکترومغناطیسی در حضور یک محیط مغناطودی‌الکتریک ناهمسانگرد نامتناهی را به روش پدیده شناختی کوانتیده می‌کنیم. فرض می‌کنیم که تانسور گذردهی الکتریکی و تانسور پذیرفتاری مغناطیسی این محیط به صورت زیر تعریف می‌شوند

مغناطیسی و بردار موج تابش الکترومغناطیسی یک دستگاه چپ‌گرد را تشکیل داده و ضریب شکست منفی می‌شود [۱]. از آنجا که تمام‌مواد از ساختارها و اجزای فلزی و تشدیدی تشکیل شده‌اند، به شدت پاشنده و جاذب هستند و با توجه به نحوه چیدمان اجزای تشکیل دهنده‌شان از خود مشخصه ناهمسانگردی نشان می‌دهند. به عنوان نمونه از ویژگی ناهمسانگردی مزبور در ساخت پوشش‌های ناپدید کننده استفاده می‌شود [۲ و ۳]. اخیراً پژوهش‌های بسیاری در حوزه اپتیک کوانتومی تمام‌مواد، به عنوان زیر شاخه‌ای از فیزیک پلاسمون کوانتومی، انجام شده است [۴-۵]. از اینرو، برای توصیف ویژگی‌های کوانتومی تابش‌های پراکنده شده و یا تولید شده از تمام‌مواد لازم است تا ابتدا کوانتس امواج الکترومغناطیس را در محیط‌های مغناطودی‌الکتریک جاذب، پاشنده و ناهمسانگرد انجام دهیم. از طرف دیگر، در گذشته‌های دور تا به تازگی بلورهای ناهمسانگرد و فضا-زمان خمیده اشاره کرده بود [۶]. در سال‌های بعد نشان داده شد که انتشار امواج الکترومغناطیسی در یک فضا-زمان خمیده تهی معادل انتشار امواج الکترومغناطیسی در یک فضا-زمان تخت ولی پرشده با یک محیط ناهمگن و ناهمسانگرد است [۷-۱۱]. اخیراً گروه ما از این تشابه استفاده و الکترودینامیک کوانتومی محیط‌های متحرک را بررسی کرده است [۱۲].

تاکنون دو روش پدیده شناختی و لاگرانژی برای کوانتس امواج الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های جاذب و پاشنده ارائه شده است [۱۳-۲۰]. در این مقاله کوانتس امواج الکترومغناطیسی مبتنی بر رویکرد پدیده‌شناختی را برای بررسی اثرات ناهمسانگردی و اتلافی یک تمام‌مواد چند لایه‌ای ناهمسانگرد بر ویژگی‌های کوانتومی تابش‌های فرودی به کار می‌بریم. در رهیافت پدیده شناختی معادلات ماکروسکوپی ماکسول را نوشته و قطبش نوفه و مغناطش نوفه وابسته به ویژگی‌های اتلافی قسمت الکتریکی و مغناطیسی محیط را به صورت دستی (پدیده شناختی) به معادلات ساخت‌مندی ماده اضافه می‌کنیم. سپس با ترکیب معادلات ماکسول و معادلات

می‌شود

$$\nabla \times \bar{\mathbf{K}}(\omega) \cdot \nabla \times \hat{\mathbf{A}}(z, \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\mathbf{K}}(\omega) \cdot \hat{\mathbf{A}}(z, \omega) = \mu_0 \hat{\mathbf{J}}_N(z, \omega), \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{E}}(\omega) \cdot \hat{\mathbf{A}}(z, \omega) = \mu_0 \hat{\mathbf{J}}_N(z, \omega),$$

که در آن $\bar{\mathbf{K}}(\omega) = \bar{\boldsymbol{\mu}}^{-1}(\omega)$ بوده و چگالی جریان $\hat{\mathbf{J}}_N(z, \omega)$ به صورت تابعی از میدان‌های بوزونی $\hat{\mathbf{f}}_e(z, \omega)$ و $\hat{\mathbf{f}}_m(z, \omega)$ که بیانگر برانگیختگی‌های میدان الکترومغناطیسی و ماده هستند به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۴، ۱۵ و ۱۸]

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{J}}_N(z, \omega) &= -i\omega \mathbf{P}_N + \nabla \times \mathbf{M}_N \\ &= \omega \sqrt{\frac{\hbar \varepsilon_0}{\pi S}} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_I(\omega) \cdot \hat{\mathbf{f}}_e(z, \omega) + \nabla \\ &\quad \times \sqrt{\frac{-\hbar}{\pi \mu_0 S}} \bar{\boldsymbol{\kappa}}_I(\omega) \cdot \hat{\mathbf{f}}_m(z, \omega). \end{aligned} \quad (4)$$

در این جا S بیانگر مساحت ناحیه‌ی کوانتس در صفحه‌ی xy است و مولفه‌های ریشه‌ی دوم قسمت موهومی تانسور گذردهی الکتریکی $\sqrt{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_I(\omega)}$ و تانسور تراوایی مغناطیسی $\sqrt{\bar{\boldsymbol{\kappa}}_I(\omega)}$ (مطابق پیوست ۱) به صورت زیر نوشته می‌شوند

$$\sqrt{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_I} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \circ & \circ \\ \circ & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \circ & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\sqrt{\bar{\boldsymbol{\kappa}}_I} = \begin{pmatrix} \varepsilon'_{11} & \circ & \circ \\ \circ & \varepsilon'_{22} & \varepsilon'_{23} \\ \circ & \varepsilon'_{32} & \varepsilon'_{33} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

پاسخ معادله‌ی موج (۱) بر حسب تانسور گرین $\bar{\mathbf{G}}(z, z', \omega)$ به صورت زیر بیان می‌شود

$$\hat{\mathbf{A}}(z, \omega) = \mu_0 \int dz' \bar{\mathbf{G}}(z, z', \omega) \cdot \hat{\mathbf{J}}_N(z', \omega), \quad (7)$$

که تانسور گرین در رابطه کلاسیکی زیر صدق می‌کند

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{\mathbf{K}}(\omega) \cdot \nabla \times \bar{\mathbf{G}}(z, z', \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\mathbf{K}}(\omega) \cdot \bar{\mathbf{G}}(z, z', \omega) \\ = \bar{\mathbf{I}} \delta(z - z'). \end{aligned} \quad (8)$$

در اینجا $\bar{\mathbf{I}}$ تانسور واحد است. با به کار بردن تبدیلات انتگرالی فوریه، تانسور گرین سامانه مزبور به صورت زیر به دست می‌آید

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \circ & \circ \\ \circ & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \circ & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}(\omega) = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \circ & \circ \\ \circ & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \circ & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

پارامترهای اپتیکی بالا در صورتی که درایه‌های غیرقطری‌اش برابر صفر باشند بیانگر یک ماده ناهمسانگرد دو محوری است. اگرچه کلی‌ترین شکل ماده ناهمسانگرد را که تمام درایه‌های غیرقطری آن مخالف صفر است می‌توان توسط یک تبدیل مناسب به شکل قطری نوشت، ولی وضعیت‌هایی وجود دارد که با پارامترهای اپتیکی مؤثر سروکار داریم و تانسور مربوطه دیگر متقارن نیست. بنابراین نمی‌توان آن را به شکل قطری نوشت. به عنوان مثال، وضعیتی که یک تیغه مغناطودی الکتریک همسانگرد به موازات سطح بیرونی‌اش حرکت می‌کند، درایه‌های غیرقطری ε_{yz} و μ_{zy} مخالف صفر درحالی‌که درایه‌های ε_{zy} و μ_{zy} برابر صفر هستند [۱۲]. بنابراین پارامترهای اپتیکی در نظر گرفته شده در روابط (۱) و (۲) کلی‌تر از وضعیتی هستند که فقط مولفه‌های قطری مخالف صفر باشند. البته اگر از ابتدا تمام درایه‌های غیرقطری نیز مخالف صفر باشند روش ارایه شده در این مقاله همچنان قابل کاربرد است ولی فقط محاسبات پیچیده‌تر خواهند شد.

با توجه به این که محیط مغناطودی الکتریک مزبور پاشنده و جاذب است، مولفه‌های مختلف تانسور گذردهی الکتریکی و پذیرفتاری مغناطیسی را مختلط و تابعی از بسامد در نظر می‌گیریم. در این جا فرض می‌کنیم که امواج الکترومغناطیسی با دو قطبش خطی عمود برهم در جهت محور z ‌ها منتشر می‌شوند. در رهیافت کوانتس به روش پدیده‌شناختی بردار قطبش و مغناطش نوفه، \mathbf{P}_N و \mathbf{M}_N ، که وابسته به ویژگی‌های اتلافی محیط هستند به صورت دستی (پدیده‌شناختی) به معادلات ساخت‌مندی اضافه می‌شوند. بنابراین با استفاده از پیمانه ویل که پتانسیل اسکالر در آن صفر است، معادله موج برحسب پتانسیل برداری $\hat{\mathbf{A}}(z, \omega)$ به صورت زیر نوشته

$$\vec{G}(z, z', \omega) = \begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{\kappa_{yy}^{-1}}} \kappa_{yy}^{-1} e^{ik_o|z-z'|} & \circ & \circ \\ \circ & \frac{i}{\sqrt{\kappa_e}} \mu_{xx} e^{ik_e|z-z'|} & \frac{-i\varepsilon_{yz}}{\sqrt{\kappa_e \varepsilon_{zz}}} \mu_{xx} e^{ik_e|z-z'|} \\ \circ & \frac{-i\varepsilon_{yz}}{\sqrt{\kappa_e \varepsilon_{zz}}} \mu_{xx} e^{ik_e|z-z'|} & \frac{i\varepsilon_{yz}^2}{\sqrt{\kappa_e \varepsilon_{zz}^2}} \mu_{xx} e^{ik_e|z-z'|} \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{\kappa_{yy}^{-1}}} \hat{\omega} \hat{\omega} e^{ik_o|z-z'|} + \frac{i}{\sqrt{\kappa_e}} \mu_{xx} \hat{e} \hat{e} e^{ik_e|z-z'|}, \quad (9)$$

پارامترهای $\xi(z, \omega)$ و $\xi'(z, \omega)$ بر حسب پارامترهای اپتیکی سامانه به صورت $\xi(z, \omega) = \frac{\varepsilon_{xx}^I - \kappa_{yy}^I |n_o(\omega)|^2}{\sqrt{\gamma_o(\omega)}}$ و

عملگرهای $\xi'(z, \omega) = \frac{E - \kappa_{xx}^I |n_e(\omega)|^2}{\sqrt{\gamma_e(\omega)}}$ به علاوه، عملگرهای

به وزونی جدید $\hat{f}_{\perp m}(z, \omega)$ و $\hat{f}_{\perp e}(z, \omega)$ بر حسب عملگرهای بوزونی $\hat{f}_e(z, \omega)$ و $\hat{f}_m(z, \omega)$ به شکل زیر نوشته می‌شوند

$$\hat{f}_{\perp m}(z, \omega) = (e'_{\gamma\gamma} \hat{f}_{ym}(z, \omega) + e'_{\gamma z} \hat{f}_{zm}(z, \omega)) / \sqrt{\kappa_{yy}^I}, \quad (14)$$

$$\hat{f}_{\perp e}(z, \omega) = \left[(e_{\gamma\gamma} - e_{\gamma z} \varepsilon_{yz} / \varepsilon_{zz}) \hat{f}_{ye}(z, \omega) + (e_{\gamma z} - e_{zz} \varepsilon_{yz} / \varepsilon_{zz}) \hat{f}_{ze}(z, \omega) \right] / \sqrt{E}, \quad (15)$$

که در آن پارامتر E به صورت زیر تعریف شده است

$$E = |e_{\gamma\gamma} - e_{\gamma z} \varepsilon_{yz} / \varepsilon_{zz}|^2 + |e_{\gamma z} - e_{zz} \varepsilon_{yz} / \varepsilon_{zz}|^2. \quad (16)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که عملگرهای به وزونی جدید $\hat{f}_{\perp m}(z, \omega)$ و $\hat{f}_{\perp e}(z, \omega)$ در روابط جابه‌جایی زیر صدق می‌کنند

$$\left[\hat{f}_{\perp \lambda}(z, \omega), \hat{f}_{\perp \lambda'}^\dagger(z', \omega') \right] = \delta(z - z') \delta(\omega - \omega') \delta_{\lambda \lambda'}, \quad (17)$$

$$\left[\hat{f}_{\perp \lambda}(z, \omega), \hat{f}_{\perp \lambda'}(z', \omega') \right] = 0,$$

که λ و λ' بیانگر شناسه‌های e و m هستند. با استفاده از روابط (۱۲)، (۱۳) و (۱۷) می‌توان نشان داد که عملگرهای نابودی $\hat{a}_{\pm y}(z, \omega)$ و $\hat{a}_{\pm x}(z, \omega)$ در روابط جابه‌جایی زیر صدق می‌کنند

$$\left[\hat{a}_{\sigma \pm}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma' \pm}^\dagger(z', \omega') \right] = \delta(\omega - \omega') \delta(z - z') \delta_{\sigma \sigma'}, \quad (18)$$

$$\left[\hat{a}_{\sigma \pm}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma' \pm}(z', \omega') \right] = 0, \quad (19)$$

که در آن $\sigma, \sigma' = x, y$ است. اکنون دو نقطه دلخواه z و z' در راستای محور z ها را در نظر می‌گیریم. با توجه به روابط (۱۲) و (۱۳)، عملگرهای نابودی در مکان z بر حسب

که در آن $k_o = n_o \omega / c = \sqrt{\varepsilon_{xx} \kappa_{yy}^{-1}} \omega / c$ ، $\kappa_{yy}^{-1} = \frac{\mu_{yy} \mu_{zz} - \mu_{yz}^2}{\mu_{zz}}$ و

$n_e = n_e \omega / c = \sqrt{\mu_{xx} (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{yz}^2 / \varepsilon_{zz})} \omega / c$ به ترتیب ضریب شکست امواجی هستند که در جهت‌های $\hat{e} = (0, -1, \varepsilon_{yz} / \varepsilon_{zz})^T$ و $\hat{o} = (1, 0, 0)^T$ منتشر می‌شوند. اکنون با جای گذاری روابط (۴) و (۹) در رابطه (۷) مولفه‌های پتانسیل برداری به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\hat{A}_x(z, \omega) = \sqrt{\frac{\hbar \xi(z, \omega)}{4\pi \varepsilon_c \omega S}} \frac{\kappa_{yy}^{-1}}{n_o(\omega)} \left\{ \left[e^{i\beta_o \omega z / c} \hat{a}_{x+}(z, \omega) + e^{-i\beta_o \omega z / c} \hat{a}_{x-}(z, \omega) \right] + h.c. \right\}, \quad (10)$$

$$\hat{A}_y(z, \omega) = \sqrt{\frac{\hbar \xi'(z, \omega)}{4\pi \varepsilon_c \omega S}} \frac{\kappa_{xx}^{-1}}{n_e(\omega)} \left\{ \left[e^{i\beta_e \omega z / c} \hat{a}_{y+}(z, \omega) + e^{-i\beta_e \omega z / c} \hat{a}_{y-}(z, \omega) \right] + h.c. \right\}, \quad (11)$$

که $\hat{a}_{\pm x}(z, \omega)$ و $\hat{a}_{\pm y}(z, \omega)$ به ترتیب عملگرهای نابودی متناظر با مدهایی هستند که در راستای x و y قطبیده شده‌اند و بر حسب عملگرهای بوزونی سامانه مزبور به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\hat{a}_{x\pm}(z, \omega) = i \sqrt{\sqrt{\gamma_o(\omega)} \omega / c} e^{\mp \gamma_o(\omega) \omega z / c} \frac{\int_{-\infty}^{\pm z} dz' e^{-in_o(\omega) \omega z' / c} \sqrt{\varepsilon_{xx}^I \hat{f}_{xe}(\pm z', \omega) \mp in_o(\omega) \sqrt{-\kappa_{yy}^I} \hat{f}_{\perp m}(\pm z', \omega)}}{\sqrt{(\varepsilon_{xx}^I - \kappa_{yy}^I |n_o(\omega)|^2)}}, \quad (12)$$

$$\hat{a}_{y\pm}(z, \omega) = i \sqrt{\sqrt{\gamma_e(\omega)} \omega / c} e^{\mp \gamma_e(\omega) \omega z / c} \frac{\int_{-\infty}^{\pm z} dz' e^{-in_e(\omega) \omega z' / c} \sqrt{E} \hat{f}_{\perp e}(\pm z', \omega) \pm in_e(\omega) \sqrt{-\kappa_{xx}^I} \hat{f}_{xm}(\pm z', \omega)}}{\sqrt{E - \kappa_{xx}^I |n_e(\omega)|^2}}. \quad (13)$$

در اینجا $\beta_o, \beta_e, \gamma_o, \gamma_e$ به ترتیب متناظر با قسمت حقیقی و موهومی ضرایب شکست n_o و n_e هستند و

می‌آیند. برای محاسبه تانسور گرین سامانه مزبور که در رابطه (۸) صدق می‌کند، تانسور گرین را به دو بخش زیر تفکیک می‌کنیم

$$\bar{\mathbf{G}}(z, z', \omega) = \bar{\mathbf{G}}_e(z, z', \omega) + \bar{\mathbf{G}}'(z, z', \omega), \quad (26)$$

که تانسور $\bar{\mathbf{G}}_e(z, z', \omega)$ جواب ناهمگن معادله (۸) است و بیانگر سهمی از میدان‌هایی است که از چشمه واقع شده در محیط‌های بی‌کران ناشی می‌شود. می‌توان نشان داد که $\bar{\mathbf{G}}_e(z, z', \omega)$ از حاصل جمع تانسورهای گرین محیط ناهمسانگرد نامتناهی (۹) به ازای پارامترهای اپتیکی هر لایه به دست می‌آید. در حالی که تانسور پراکنندگی $\bar{\mathbf{G}}'(z, z', \omega)$ متناظر با جواب‌های همگن معادله (۸) است و توصیف کننده اثرات ناشی از بازتاب‌های چندگانه و عبور امواج الکترومغناطیسی از لایه‌های مختلف است. به سادگی می‌توان نشان داد که جواب‌های همگن $\bar{\mathbf{G}}'(z, z', \omega)$ بر حسب بسطی بیان می‌شود که وابستگی آنها به شناسه z مشابه آنچه است که در رابطه (۹) آمده است [۲۰]، ولی ضرایب مجهول آنها که وابسته به شناسه z' هستند توسط اعمال شرایط مرزی در عبور از هر لایه به دست خواهد آمد. در اینجا ما از اعمال مستقیم شرایط مرزی روی مولفه‌های تانسور $\bar{\mathbf{G}}'(z, z', \omega)$ صرف نظر می‌کنیم و به جای آن شرایط مرزی را روی عملگرهای نابودی موجود در عملگر پتانسیل برداری اعمال می‌کنیم. اکنون به کمک رابطه (۹) و نتایج به دست آمده برای تانسور گرین سامانه مزبور، پتانسیل الکتریکی در لایه j ام به صورت زیر به دست می‌آید

$$\hat{A}_{x,j}(z, \omega) = \sqrt{\frac{\hbar \xi_j(\omega)}{4\pi \epsilon_0 S c \omega}} \frac{(\kappa_{yy})_j^{-1}}{n_{o,j}} \left\{ \left[e^{i\beta_{oj}\omega z/c} \hat{a}_{x+}^{(j)}(z, \omega) + e^{-i\beta_{oj}\omega z/c} \hat{a}_{x-}^{(j)}(z, \omega) \right] + h.c. \right\}, \quad (27)$$

$$\hat{A}_{y,j}(z, \omega) = \sqrt{\frac{\hbar \xi_j(\omega)}{4\pi \epsilon_0 S c \omega}} \frac{(\kappa_{xx})_j^{-1}}{n_{e,j}} \left\{ \left[e^{i\beta_{oj}\omega z/c} \hat{a}_{y+}^{(j)}(z, \omega) + e^{-i\beta_{oj}\omega z/c} \hat{a}_{y-}^{(j)}(z, \omega) \right] + h.c. \right\}, \quad (28)$$

که $\hat{a}_{x\pm}^{(j)}(z, \omega)$ و $\hat{a}_{y\pm}^{(j)}(z, \omega)$ به ترتیب عملگرهای نابودی متناظر با مولفه‌های x و y مدهای تابشی در لایه j ام هستند

عملگرهای نابودی در مکان z' به صورت زیر نوشته می‌شوند

$$\hat{a}_{x\pm}(z, \omega) = e^{\mp \gamma_o \omega (z-z')/c} \hat{a}_{x\pm}(z', \omega) + e^{\mp \gamma_o \omega z/c} \int_{z'}^z dz'' D_{x\pm}(z'', \omega) e^{\pm \gamma_o \omega z''/c}, \quad (20)$$

$$\hat{a}_{y\pm}(z, \omega) = e^{\mp \gamma_e \omega (z-z')/c} \hat{a}_{y\pm}(z', \omega) + e^{\mp \gamma_e \omega z/c} \int_{z'}^z dz'' D_{y\pm}(z'', \omega) e^{\pm \gamma_e \omega z''/c}, \quad (21)$$

که عملگرهای $D_{x\pm}(z, \omega)$ و $D_{y\pm}(z, \omega)$ برای سادگی روابط تعریف شده و بر حسب عملگرهای به وزونی سامانه مزبور به شکل زیر بیان می‌شوند

$$D_{x\pm}(z, \omega) = \pm i \sqrt{\gamma_o(\omega) \omega / c} e^{\mp i \beta_o \omega z / c} \frac{\sqrt{\epsilon_{xx}^I \hat{f}_{xe}(z, \omega) \mp i n_o(\omega)} \sqrt{-\kappa_{yy}^I \hat{f}_{\perp m}(z, \omega)}}{\sqrt{E - \kappa_{xx}^I |n_o(\omega)|^2}}, \quad (22)$$

$$D_{y\pm}(z, \omega) = \pm i \sqrt{\gamma_e(\omega) \omega / c} e^{\mp i \beta_e \omega z / c} \frac{\sqrt{E \hat{f}_{\perp e}(z, \omega) \pm i n_e(\omega)} \sqrt{-\kappa_{xx}^I \hat{f}_{xm}(z, \omega)}}{\sqrt{E - \kappa_{xx}^I |n_e(\omega)|^2}}. \quad (23)$$

در حقیقت روابط (۲۰) و (۲۱) جواب‌های معادله لانژون زیر هستند

$$\frac{\partial}{\partial z} \hat{a}_{x\pm}(z, \omega) = \mp \gamma_o \omega / c \hat{a}_{x\pm}(z, \omega) + D_{x\pm}(z, \omega), \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \hat{a}_{y\pm}(z, \omega) = \mp \gamma_e \omega / c \hat{a}_{y\pm}(z, \omega) + D_{y\pm}(z, \omega). \quad (25)$$

روابط بالا در به دست آوردن روابط ورودی - خروجی در بخش بعدی نقش بسیار مؤثری دارند.

۳. روابط ورودی - خروجی برای محیط‌های مغناطودی الکتریک چند لایه‌ای تخت ناهمسانگرد و جاذب

در این بخش روش کوانتس ارائه شده در بخش قبل را برای کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور ساختارهای چندلایه‌ای به کار می‌بریم. از اینرو یک ساختار مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد N لایه‌ای در نظر می‌گیریم که سطح مشترک آنها در صفحه xy واقع شده و تانسورهای گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی هر لایه از آن به ترتیب توسط روابط (۱) و (۲) بیان شوند. در این جا فرض می‌کنیم که امواج الکترومغناطیسی با دو قطبش خطی عمود برهم در راستای محور z ها و عمود بر سطح مشترک چندلایه‌ای فرود

عملگرهای نابودی متنظر با مدهای خروجی بر حسب عملگرهای نابودی مدهای ورودی بیان می‌شوند، رابطه کوانتومی ورودی - خروجی را برای N لایه‌ای مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد به دست می‌آوریم. این رابطه به شکل زیر نوشته می‌شود

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma-}^{(l)}(z_1, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma+}^{(N)}(z_{N-1}, \omega) \end{pmatrix} = T_{\sigma}^{(N-2)} \begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(l)}(z_1, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(N)}(z_{N-1}, \omega) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{F}_{\sigma-}(\omega) \\ \hat{F}_{\sigma+}(\omega) \end{pmatrix}, \quad (31)$$

که در آن ماتریس پراکندگی T_{σ}^{N-2} به صورت زیر تعریف می‌شود

$$T_{\sigma}^{(N-2)} = A_{\gamma, \sigma}^{(-1)} \begin{pmatrix} -A_{\gamma, \sigma} & 1 \\ A_{\gamma, \sigma} & -A_{\gamma, \sigma} \end{pmatrix}. \quad (32)$$

جمله دوم در رابطه (۳۱) سهم نوفه‌های کوانتومی ناشی از ویژگی اتلافی لایه‌ها است که بر حسب عملگرهای نوفه هر لایه به صورت زیر بیان می‌شود

$$\begin{pmatrix} \hat{F}_{\sigma-}(\omega) \\ \hat{F}_{\sigma+}(\omega) \end{pmatrix} = B_{\sigma}^{(\gamma)} \begin{pmatrix} d_{\sigma+}^{(\gamma)} \\ d_{\sigma-}^{(\gamma)} \end{pmatrix} + \dots + B_{\sigma}^{(N)} \begin{pmatrix} d_{\sigma+}^{(N)} \\ d_{\sigma-}^{(N)} \end{pmatrix}. \quad (33)$$

در اینجا ماتریس‌های $B_{\sigma}^{(j)}$ در رابطه بازگشتی $B_{\sigma}^{(k-1)} = B_{\sigma}^{(k)} \cdot R_{\sigma}^{(k)}$ و $B_{\sigma}^{(N)} = S_{\sigma}^{(N)}$ صدق می‌کنند که $k = 3, 4, \dots, N$ و $A_{\sigma} = B_{\sigma}^{(\gamma)} \cdot R_{\sigma}^{(\gamma)} \cdot S_{\sigma}^{(1)}$ است. در رابطه (۳۱) اثرات بازتاب و عبور از لایه‌های مختلف توسط درایه‌های ماتریس T_{σ}^{N-2} توصیف می‌شود، در صورتی که درایه‌های ماتریس $B_{\sigma}^{(j)}$ بیانگر اثرات اتلافی و پاشندگی لایه‌ها هستند.

۴. تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد و جاذب

در این بخش رابطه کوانتومی ورودی - خروجی (۳۱) را برای یک تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد در خلأ با ضخامت l ($N=3$) به کار می‌بریم. در این جا عملگرهای نابودی مدهای تابشی در نواحی $-\infty \leq z \leq -l/2$ و $-l/2 \leq z \leq +\infty$ هستند. با توجه به روابط (۲۹) - (۳۳)، رابطه عملگرهای نابودی مدهای خروجی $\hat{a}_{\sigma-}^{(l)}(-l/2, \omega)$ و $\hat{a}_{\sigma+}^{(3)}(l/2, \omega)$ بر حسب عملگرهای نابودی مدهای ورودی

که به سمت راست (+) یا چپ (-) لایه مزبور منتشر می‌شوند. در اینجا وابستگی بین عملگرهای نابودی در نقاط مختلف لایه z مشابه روابط به دست آمده در معادلات (۲۰) و (۲۱) بوده با این تفاوت که پارامترهای اپتیکی β_e, β_o و γ_e, γ_o با پارامترهای β_{ej}, β_{oj} و γ_{ej}, γ_{oj} جایگزین شده‌اند. اکنون به منظور ساده سازی این روابط برای محاسبات بعدی، از نمایش ماتریسی زیر استفاده می‌کنیم

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(j)}(z_j, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(j)}(z_j, \omega) \end{pmatrix} = R_{\sigma}^{(j)} \begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(j)}(z_{j-1}, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(j)}(z_{j-1}, \omega) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_{\sigma+}^{(j)} \\ d_{\sigma-}^{(j)} \end{pmatrix}, \quad (29)$$

که $R_{\sigma}^{(j)}$ بیانگر یک ماتریس قطری 2×2 است که درایه‌های آن برای قطبش‌های $\sigma = y$ و $\sigma = x$ به ترتیب به صورت

$$R_{x, \gamma}^{(j)} = \sqrt{R_{x, \gamma}^{(j)}} = e^{-\gamma_{oj} \omega (z_j - z_{j-1}) / c}$$

و

$$R_{y, \gamma}^{(j)} = \sqrt{R_{y, \gamma}^{(j)}} = e^{-\gamma_{ej} \omega (z_j - z_{j-1}) / c}$$

تعریف می‌شوند. در اینجا عملگرهای $d_{\sigma\pm}^{(j)}$ متنظر با عملگرهای کوانتومی نوفه در لایه z هستند که جزئیات روابط آنها در پیوست (پ ۱-۲) و (پ ۲-۲) بیان شده‌اند.

به منظور به دست آوردن وابستگی عملگرهای نابودی در لایه‌های مجاور به یکدیگر، شرایط مرزی را روی مولفه‌های مماسی میدان الکتریک و میدان مغناطیسی اعمال می‌کنیم. مولفه‌های میدان الکتریک و میدان مغناطیسی به ترتیب از مشتق زمانی و تاو روابط (۲۷) و (۲۸) به دست می‌آیند. به دلیل طولانی بودن محاسبات از ذکر جزئیات محاسبات صرف نظر و خواننده را به پیوست (پ ۲-۳) - (پ ۲-۱۰) ارجاع می‌دهیم. بنابراین وابستگی عملگرهای نابودی در لایه‌های مجاور z و $z+1$ به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(j+1)}(z_j, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(j+1)}(z_j, \omega) \end{pmatrix} = S_{\sigma}^{(j)} \begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(j)}(z_j, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(j)}(z_j, \omega) \end{pmatrix}. \quad (30)$$

اکنون با به کاربردن متوالی روابط (۲۹) و (۳۰) در عبور از لایه‌های مختلف، وابستگی عملگرهای نابودی در اولین و آخرین لایه از N لایه‌ای مغناطودی الکتریک را به دست می‌آوریم. سپس با مرتب کردن رابطه مزبور به گونه‌ای که

با استفاده از روابط (۱۷) و (۳۵) - (۳۹) به سادگی می‌توان نشان داد عملگرهای نوفه کوانتومی در روابط جابه‌جایی زیر صدق می‌کنند

$$\begin{aligned} \left[\hat{g}_{\sigma\pm}^{(l)}(\omega), \hat{g}_{\sigma'\pm}^{(l)\dagger}(\omega') \right] &= \delta(\omega - \omega') \delta_{\sigma\sigma'}, \\ \left[\hat{g}_{\sigma\pm}^{(l)}(\omega), \hat{g}_{\sigma'\mp}^{(l)\dagger}(\omega') \right] &= 0. \end{aligned} \quad (40)$$

با توجه به عدم اثر تیغه مغناطودی الکتریک بر مدهای فرودی قبل از فرود بر تیغه، این مدها مطابق روابط جابه‌جایی (۱۸) و (۱۹) در روابط جابه‌جایی $\left[\hat{a}_{\sigma\pm}^{(l)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma'\pm}^{(l)\dagger}(z', \omega') \right] = \delta(\omega - \omega') \delta(z - z') \delta_{\sigma\sigma'}$ صدق می‌کنند. با استفاده از این رابطه جابه‌جایی و روابط (۳۴) و (۴۰) به سادگی می‌توان نشان داد که رابطه

$$\begin{aligned} \left| T_{\nu, \sigma}^{(l)} \right|^2 + \left| T_{\nu, \sigma}^{(l)} \right|^2 + \left| \tilde{A}_{\nu, \sigma}^{(l)} \right|^2 + \left| \tilde{A}_{\nu, \sigma}^{(l)} \right|^2 &= \\ \left| T_{\nu, \sigma}^{(l)} \right|^2 + \left| T_{\nu, \sigma}^{(l)} \right|^2 + \left| \tilde{A}_{\nu, \sigma}^{(l)} \right|^2 + \left| \tilde{A}_{\nu, \sigma}^{(l)} \right|^2 &= 1 \end{aligned}$$

بین درایه‌های ماتریس پراکندگی و جذب تیغه مغناطودی الکتریک برقرار است. به عنوان یک نتیجه ضمنی از این رابطه می‌توان نشان داد مدهای خروجی از تیغه مغناطودی الکتریک به درستی در روابط جابه‌جایی زیر صدق می‌کنند

$$\begin{aligned} \left[\hat{a}_{\sigma-}^{(l)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma'-}^{(l)\dagger}(z', \omega') \right] &= \left[\hat{a}_{\sigma+}^{(r)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma'+}^{(r)\dagger}(z', \omega') \right] \\ &= \delta(\omega - \omega') \delta(z - z') \delta_{\sigma\sigma'}, \\ \left[\hat{a}_{\sigma-}^{(l)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma'+}^{(r)\dagger}(z', \omega') \right] &= \left[\hat{a}_{\sigma+}^{(r)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma'-}^{(l)\dagger}(z', \omega') \right] = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

به منظور مقایسه نتایج به دست آمده در اینجا با نتایج به دست

آمده در مراجع دیگر رابطه $A_{\sigma}^{(l)} \left(\begin{matrix} \hat{g}_{\sigma+}^{(l)}(\omega) \\ \hat{g}_{\sigma-}^{(l)}(\omega) \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \hat{F}_{\sigma-}^{(l)}(\omega) \\ \hat{F}_{\sigma+}^{(l)}(\omega) \end{matrix} \right)$ را

تعریف می‌کنیم. به سادگی می‌توان نشان داد که مقدار چشم‌داشتی عملگرهای نوفه تعریف شده جدید در روابط زیر صدق می‌کنند

$$\langle F | \hat{F}_{\sigma\pm}^{\dagger}(\omega) | F \rangle = \langle F | \hat{F}_{\sigma\pm} | F \rangle = 0, \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \langle F | \hat{F}_{\sigma\pm}^{\dagger}(\omega) \hat{F}_{\sigma\pm}(\omega') | F \rangle &= n(\omega, T) \\ (1 - |R_{\sigma}(\omega)|^2 - |T_{\sigma}(\omega)|^2) \delta(\omega - \omega') &. \end{aligned} \quad (43)$$

که در آن $n(\omega, T) = [\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]^{-1}$ بیانگر میانگین تعداد فوتون‌های گرمایی و \hbar ، k_B و T به ترتیب ثابت پلانک، ثابت بولتزمن و دمای تیغه مغناطودی الکتریک هستند. مشاهده

نوشته می‌شود $\hat{a}_{\sigma+}^{(l)}(-l/\nu, \omega)$ و $\hat{a}_{\sigma-}^{(r)}(l/\nu, \omega)$ و میدان نوفه به صورت زیر

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma-}^{(l)}(-l/\nu, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma+}^{(r)}(l/\nu, \omega) \end{pmatrix} = T_{\sigma}^{(l)} \begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(l)}(-l/\nu, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(r)}(l/\nu, \omega) \end{pmatrix} + \tilde{A}_{\sigma}^{(l)} \begin{pmatrix} \hat{g}_{\sigma+}^{(l)}(\omega) \\ \hat{g}_{\sigma-}^{(l)}(\omega) \end{pmatrix}. \quad (34)$$

در اینجا ماتریس پراکندگی $T_{\sigma}^{(l)}$ اثرات عبور و بازتاب میدان‌های الکترومغناطیسی ورودی از تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد را بیان می‌کند، در حالی که ماتریس $\tilde{A}_{\sigma}^{(l)}$ بیانگر خاصیت اتلافی تیغه است و ماتریس جذب محیط نامیده می‌شود. به علت طولانی بودن محاسبات درایه‌های ماتریس انتقال و ماتریس جذب به ترتیب در پیوست (پ ۳-۸) (پ ۳-۱) و (پ ۳-۱۶) - (پ ۳-۹) نمایش داده شده‌اند. در اینجا عملگرهای نوفه کوانتومی مطابق رابطه (۳۳) به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\hat{g}_{\sigma\pm}^{(l)}(\omega) = [\nu c_{\sigma\pm}(l, \omega)]^{-\nu/2} [\hat{g}'_{\sigma-}(\omega) \pm \hat{g}'_{\sigma+}(\omega)], \quad (35)$$

که عملگرهای $\hat{g}'_{\sigma\pm}(\omega)$ عبارتند از:

$$g'_{x\pm}(\omega) = i \sqrt{\frac{\omega}{c}} e^{in_{o,\nu} \omega l / \nu c} \int_{-l/\nu}^{l/\nu} dz' e^{\mp in_{o,\nu} z' \omega / c} \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx,\nu}^I \hat{f}_{xe,\nu}(z', \omega) \mp in_{o,\nu} \sqrt{-\kappa_{yy,\nu}^I} \hat{f}_{\perp m,\nu}(z', \omega)}}{\sqrt{\varepsilon_{xx,\nu}^I - \kappa_{yy,\nu}^I |n_{o,\nu}(\omega)|^2}}, \quad (36)$$

$$g'_{y\pm}(\omega) = i \sqrt{\frac{\omega}{c}} e^{in_{e,\nu} \omega l / \nu c} \int_{-l/\nu}^{l/\nu} dz' e^{\mp in_{e,\nu} z' \omega / c} \frac{\sqrt{E_{\nu} \hat{f}_{\perp e,\nu}(z', \omega) \pm in_{e,\nu} \sqrt{-\kappa_{xx,\nu}^I} \hat{f}_{xm,\nu}(z', \omega)}}{\sqrt{E_{\nu} - \kappa_{xx,\nu}^I |n_{e,\nu}(\omega)|^2}}, \quad (37)$$

و ضرایب $c_{\sigma\pm}(l, \omega)$ به شکل زیر نوشته می‌شوند

$$c_{x\pm}(l, \omega) = e^{-\gamma_{o,\nu} \omega l / c} \frac{1}{\gamma_{o,\nu}} \sinh \left[\gamma_{o,\nu} \frac{\omega}{c} l \right] \quad (38)$$

$$\pm \frac{\varepsilon_{xx,\nu}^I + \kappa_{yy,\nu}^I |n_{o,\nu}(\omega)|^2}{\varepsilon_{xx,\nu}^I - \kappa_{yy,\nu}^I |n_{o,\nu}(\omega)|^2} e^{-\gamma_{o,\nu} \omega l / c} \frac{1}{\beta_{o,\nu}} \sin \left[\beta_{o,\nu} \frac{\omega}{c} l \right],$$

$$c_{y\pm}(l, \omega) = e^{-\gamma_{e,\nu} \omega l / c} \frac{1}{\gamma_{e,\nu}} \sinh \left[\gamma_{e,\nu} \frac{\omega}{c} l \right]$$

$$\pm \frac{E_{\nu} + \kappa_{xx,\nu}^I |n_{e,\nu}(\omega)|^2}{E_{\nu} - \kappa_{xx,\nu}^I |n_{e,\nu}(\omega)|^2} e^{-\gamma_{e,\nu} \omega l / c} \frac{1}{\beta_{e,\nu}} \sin \left[\beta_{e,\nu} \frac{\omega}{c} l \right]. \quad (39)$$

فوتون‌های $|\alpha_x\rangle$ و $|\alpha_y\rangle$ در دو قطبش عمود برهم، $|\psi_0\rangle$ حالت خلأ میدان الکترومغناطیسی و $|F\rangle$ نشانگر حالت کوانتومی تیغه مغناطودی‌الکترونیک است. در این جا به منظور در نظر گرفتن ویژگی‌های اتلافی و پاشندگی تیغه مغناطودی‌الکترونیک، تیغه را توسط مدل لورنتس الگوسازی می‌کنیم. از اینرو عبارت

$$\mu_L(\omega) = 1 - \frac{\omega_{p,m}^2}{\omega^2 - \omega_m^2 + i\gamma_m\omega} \quad \text{و} \quad \varepsilon_L(\omega) = 1 - \frac{\omega_{p,e}^2}{\omega^2 - \omega_e^2 + i\gamma_e\omega}$$

ترتیب در تمام مولفه‌های تانسور گذردهی الکترونیک و مولفه‌های تانسور پذیرفتاری مغناطیسی ضرب کرده‌ایم. در اینجا $\omega_{p,e}$ و $\omega_{p,m}$ به ترتیب بسامد پلاسما متناظر با قسمت الکترونیک و مغناطیسی تیغه مغناطودی‌الکترونیک، ω_e بسامد تشدید و γ_e و γ_m به ترتیب ضرایب میرایی متناظر با پاسخ‌های الکترونیک و مغناطیسی تیغه هستند. اکنون عملگرهای کوادراتوری زیر را برای وضعیت دو مدی در سمت راست تیغه مغناطودی‌الکترونیک تعریف می‌کنیم [۲۵]

$$\hat{X}_{r+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{a}_{x+}^{(r)} + \hat{a}_{x+}^{(r)\dagger} + \hat{a}_{y+}^{(r)} + \hat{a}_{y+}^{(r)\dagger} \right), \quad (44)$$

$$\hat{Y}_{r+} = \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\hat{a}_{x+}^{(r)\dagger} + \hat{a}_{y+}^{(r)\dagger} - \hat{a}_{x+}^{(r)} - \hat{a}_{y+}^{(r)} \right). \quad (45)$$

با به کار بردن روابط (۳۴) و (۴۴) و (۴۵)، عدم قطعیت کوادراتوری برای حالت خروجی از سمت راست تیغه مغناطودی‌الکترونیک (ناحیه ۳) به صورت زیر به دست می‌آید

$$\langle \Delta \hat{X}_{r+} \rangle^2 = \frac{1}{4} \left(1 + \langle \hat{F}_{x+}^\dagger \hat{F}_{x+} \rangle + \langle \hat{F}_{y+}^\dagger \hat{F}_{y+} \rangle \right), \quad (46)$$

$$\langle \Delta \hat{Y}_{r+} \rangle^2 = \frac{1}{4} \left(1 + \langle \hat{F}_{x+}^\dagger \hat{F}_{x+} \rangle + \langle \hat{F}_{y+}^\dagger \hat{F}_{y+} \rangle \right), \quad (47)$$

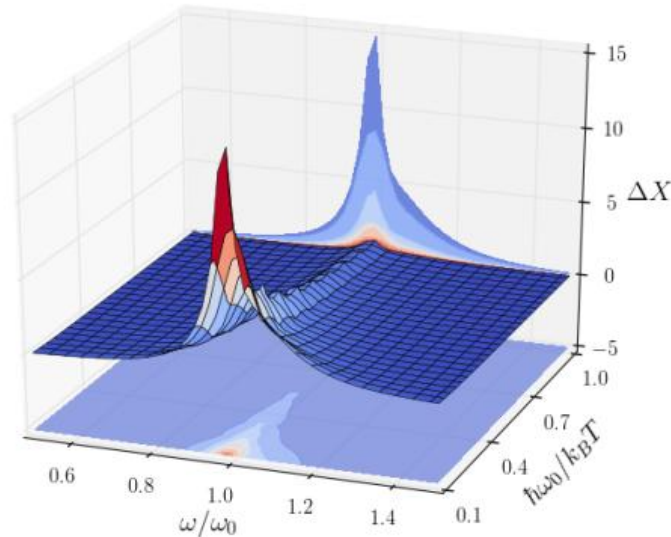
که مقادیر چشم‌داشتی $\langle \hat{F}_{x+}^\dagger \hat{F}_{x+} \rangle$ و $\langle \hat{F}_{y+}^\dagger \hat{F}_{y+} \rangle$ مطابق رابطه (۴۳) به ضریب بازتاب، ضریب عبور و میانگین فوتون‌های گرمایی وابسته هستند. با توجه به نتایج به دست آمده به سادگی می‌توان مشاهده کرد که در دمای $T=0$ و یا وضعیتی که متناظر با یک تیغه بدون اتلاف است، یعنی زمانی که قسمت موهومی مولفه‌های تانسور گذردهی الکترونیک و تراوایی مغناطیسی برابر صفر است، حالت خروجی از تیغه دارای کمترین عدم قطعیت است. به عبارت دیگر، برای یک تیغه شفاف حالت خروجی از تیغه هم‌چنان حالت همدوس باقی می‌ماند. این نتیجه با نتایج به دست آمده از مرجع [۲۳] برای حالت همدوس تک مد و

می‌کنیم که در حالت حدی که درایه‌های غیرقطری تانسور تراوایی مغناطیسی صفر و درایه‌های قطری‌اش برابر با واحد هستند روابط بالا در تطابق کامل با نتایج به دست آمده برای تیغه دی‌الکترونیک ناهمسانگرد [۲۱ و ۲۲] هستند. علاوه بر این، زمانی که درایه‌های غیرقطری تانسور گذردهی الکترونیک نیز صفر و درایه‌های قطری‌اش با هم برابر هستند روابط بالا در هم‌خوانی کامل با نتایج به دست آمده برای تیغه دی‌الکترونیک همسانگرد [۲۰] و [۲۳] است. از طرف دیگر، در وضعیت حدی دیگری که فقط درایه‌های غیرقطری تانسور تراوایی مغناطیسی و گذردهی الکترونیک صفر هستند روابط (۳۶) و (۳۷) در تضاد با نتایج به دست آمده در مرجع [۲۴] است. بررسی نتایج به دست آمده در این مرجع نشان می‌دهد که علی‌رغم این‌که نویسندگان آن اذعان کرده‌اند که عملگرهای نابودی مدهای خروجی در روابط جابه‌جایی به وزونی (۴۱) صدق می‌کنند ولی با توجه به روابط اشتباهی که برای عملگرهای $\hat{g}'_{\sigma\pm}(\omega)$ به دست آورده‌اند این عملگرهای نابودی اصلاً روابط جابه‌جایی (۴۱) را برآورده نمی‌کنند. در حالی که روابط به دست آمده در این مقاله به درستی در روابط جابه‌جایی صدق می‌کنند.

در ادامه با استفاده از رابطه ورودی - خروجی (۳۴) به همراه روابط جابه‌جایی (۴۰) و (۴۱) اثرات ناهمسانگردی و اتلافی تیغه مغناطودی‌الکترونیک بر حالت‌های کوانتومی فرودی را بررسی خواهیم کرد.

۱.۴. چلانگی کوادراتوری

در این بخش به عنوان کاربردی از نتایج به دست آمده در بخش قبل به بررسی اثرات اتلافی و ناهمسانگردی یک تیغه مغناطودی‌الکترونیک به ضخامت l بر حالت‌های کوانتومی فرودی می‌پردازیم. بدین منظور، یک حالت همدوس دو مدی را در نظر می‌گیریم که از سمت چپ بر تیغه مغناطودی‌الکترونیک ناهمسانگرد مزبور فرود می‌آید. بنابراین، حالت کلی سامانه تابشی به صورت $|F\rangle = |\psi_0\rangle_+ |\alpha_x, \alpha_y\rangle_+$ نوشته می‌شود، که در آن $|\alpha_x, \alpha_y\rangle_+$ بیانگر حالت همدوس دو مدی با تعداد میانگین



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار $\Delta X = 4(\Delta X_{r+})^2 - 1$ بر حسب پارامترهای بدون بعد ω/ω_0 و $\hbar\omega_0/k_B T$ رسم شده است. در اینجا ضخامت دی الکتریک $\omega_0 L/c = 10$ و $\alpha_x = \alpha_y = 4$ است و مولفه‌های تانسور گذردهی الکتریکی به صورت $\epsilon_{yy}(\omega)/\epsilon_L(\omega) = 4$ ، $\epsilon_{zz}(\omega)/\epsilon_L(\omega) = 2$ ، $\epsilon_{xx}(\omega)/\epsilon_L(\omega) = \epsilon_{yz}(\omega)/\epsilon_L(\omega) = 1$ ، $\mu_{xx}(\omega)/\mu_L(\omega) = 2$ ، $\mu_{zz}(\omega)/\mu_L(\omega) = 1$ ، $\mu_{yz}(\omega)/\mu_L(\omega) = 5$ ، $\mu_{yy}(\omega)/\mu_L(\omega) = 3$ در نظر گرفته شده‌اند. در اینجا پارامترهای متناظر با الگوی لورتس برابر هستند با: $\gamma_m/\omega_0 = 0/0.2$ و $\omega_{p,m}/\omega_0 = 0/0.5$ ، $\gamma_e/\omega_0 = 0/0.1$ ، $\omega_{p,e}/\omega_0 = 0/1$.

مغناطودی الکتریک، لازم است پارامتر مندل را مورد بررسی قرار دهیم. پارامتر مندل برای وضعیت دو مدی به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۵]

$$Q_{\sigma+}^{(r)} = \frac{\langle \hat{a}_{\sigma+}^{(r)\dagger} \hat{a}_{\sigma+}^{(r)} \hat{a}_{\sigma+}^{(r)\dagger} \hat{a}_{\sigma+}^{(r)} \rangle - \langle \hat{a}_{\sigma+}^{(r)\dagger} \hat{a}_{\sigma+}^{(r)} \rangle^2 - \langle \hat{a}_{\sigma+}^{(r)\dagger} \hat{a}_{\sigma+}^{(r)} \rangle}{\langle \hat{a}_{\sigma+}^{(r)\dagger} \hat{a}_{\sigma+}^{(r)} \rangle} \quad (48)$$

مقدار منفی پارامتر مندل مربوط به وضعیتی است که واریانس تعداد فوتونها کمتر از مقدار میانگین آنها است و بیانگر آمار زیر پواسونی است. مقادیر مثبت و صفر پارامتر مندل به ترتیب نشانگر آمار فراپواسونی و پواسونی است. با توجه به این که پارامتر مندل برای یک میدان کلاسیکی غیر منفی است، آمار زیرپواسونی به عنوان یک ویژگی غیرکلاسیکی تلقی می‌شود. با استفاده از روابط (۳۴) و (۴۸)، پارامتر مندل برای حالت همدوس عبوری از تیغه به صورت زیر به دست می‌آید

$$Q_{\sigma+}^{(r)} = \frac{2|T_{\sigma}\alpha_{\sigma}|^2 n(\omega, T) (1 - |T_{\sigma}|^2 - |R_{\sigma}|^2) + n^2(\omega, T) (1 - |T_{\sigma}|^2 - |R_{\sigma}|^2)^2}{|T_{\sigma}\alpha_{\sigma}|^2 + n(\omega, T) (1 - |T_{\sigma}|^2 - |R_{\sigma}|^2)} \quad (49)$$

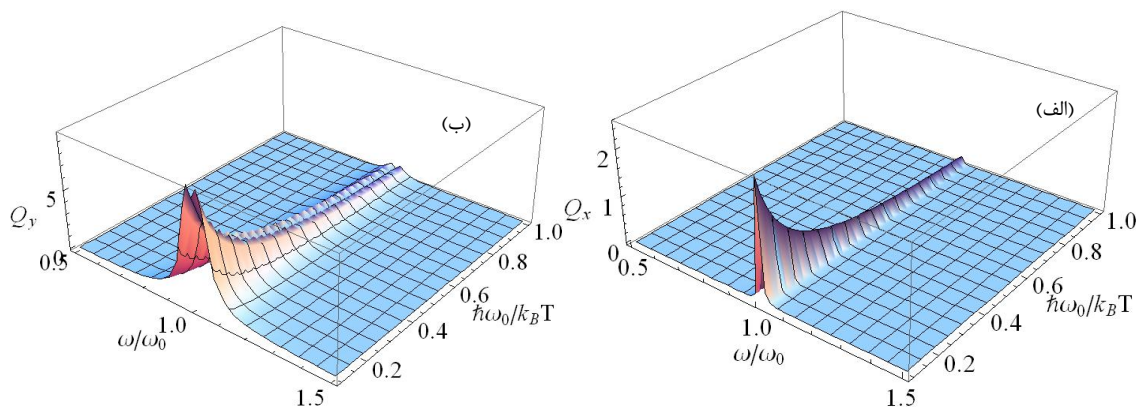
باتوجه به این که در دمای $T=0$ هیچ فوتون گرمایی تابش

تیغه دی الکتریک همسانگرد در تطابق کامل است.

در شکل ۱ نمودار $\Delta X = 4(\Delta X_{r+})^2 - 1$ بر حسب پارامترهای بدون بعد ω/ω_0 و $\hbar\omega_0/k_B T$ رسم شده است. مقادیر منفی پارامتر مزبور بیانگر چلانگی (کاهش نوفه‌های کوانتومی نسبت به حد استاندارد) خواهد بود. به دلیل تشابه عدم قطعیت دو مولفه کوادراتوری (۴۶) و (۴۷) فقط عدم قطعیت مولفه \hat{X} رسم شده است. همان طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود ΔX در نواحی دور از بسامد تشدید همواره صفر است. در حقیقت حالت خروجی در این نواحی کمترین عدم قطعیت را دارد و در نتیجه حالت خروجی همچنان حالت همدوس باقی می‌ماند. علاوه بر این، در نواحی نزدیک بسامد تشدید، به دلیل افزایش فوتون‌های گرمایی تابش شده از تیغه با افزایش دما، مقدار ΔX به شدت افزایش می‌یابد. بنابراین حالت همدوس عبوری از تیغه ناهمسانگرد با دمای $T \neq 0$ ، دیگر حالت همدوس باقی نمی‌ماند.

۲.۴ پارامتر مندل

برای مطالعه آمار فوتونی حالت خروجی از تیغه



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار (الف) $Q_{+x}^{(۳)}$ و (ب) $Q_{+y}^{(۳)}$ بر حسب پارامترهای بدون بعد ω/ω_0 و $\hbar\omega_0/k_B T$ رسم شده است. پارامترهای به کار برده شده در این شکل مشابه شکل ۱ هستند.

الکترومغناطیسی در حضور محیط‌های مغناطودی‌الکتریک چند لایه‌ای جاذب و پاشنده کوانتیده شد. به عنوان یکی از اهداف اصلی در این مقاله روابط کوانتومی ورودی - خروجی را برای متامواد مغناطودی‌الکتریک چند لایه‌ای به دست آوردیم. نشان دادیم که این روابط در حالت خاص تک لایه و در وضعیت‌های حدی محیط‌های دی‌الکتریک همسانگرد و ناهمسانگرد (به جز یک مرجع که نتایج اشتباه گزارش کرده‌اند) با نتایج قبلی هم‌خوانی کامل دارد. به عنوان کاربردی از رهیافت ارائه شده در این مقاله، با محاسبه چلانندگی کوادراتوری و پارامتر مندل، اثرات پاشندگی، جذب و ناهمسانگردی یک تیغه مغناطودی‌الکتریک ناهمسانگرد را بر حالت همدوس دو مدی بررسی کردیم. نشان دادیم که در نواحی دور از بسامد تشدید، حالت خروجی از تیغه مغناطودی‌الکتریک همچنان حالت همدوس باقی می‌ماند. ولی در نزدیکی بسامد تشدید و با افزایش دما، به دلیل تابش‌های گرمایی ساطع شده از تیغه مزبور، حالت خروجی دیگر همدوس نیست. علاوه بر این، مشاهده کردیم که ناهمسانگردی محیط در مقایسه با محیط همسانگرد، به جز شکافتن پرتو فرودی به دو پرتو با قطبش‌های عمود برهم و اندک اثرات متفاوت در نزدیکی بسامد تشدید، نقش مؤثری بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های کوانتومی عبوری نمی‌گذارد.

۶. پیوست

پیوست ۱:

درایه‌های متناظر با تانسور $\sqrt{\epsilon_I(\omega)}$ و $\sqrt{\kappa_I(\omega)}$ که در رابطه

نمی‌شود، با به کارگیری رابطه بالا به سادگی می‌توان نتیجه گرفت که در دمای $T=0$ پارامتر مندل برای حالت خروجی از تیغه صفر است. بنابراین حالت خروجی از تیغه از خود آمار پواسونی نشان می‌دهد و همچنان همدوس باقی می‌ماند. در شکل‌های ۲ (الف) و ۲ (ب) به ترتیب پارامتر مندل $Q_{+x}^{(۳)}$ و $Q_{+y}^{(۳)}$ بر حسب پارامترهای بدون بعد ω/ω_0 و $\hbar\omega_0/k_B T$ رسم شده‌اند. شکل کلی تغییرات دو نمودار به جز تفاوت اندک در دامنه و پهنای قله مرکزی در نزدیکی بسامد تشدید کاملاً مشابه به هم است. در این جا مشاهده می‌کنیم که پارامتر مزبور در نزدیکی بسامد تشدید مثبت شده و این مقدار با افزایش دما افزایش می‌یابد، بنابراین حالت خروجی از تیغه آمار فراپواسونی از خود نشان می‌دهد. در صورتی که پارامتر مندل در نواحی دور از خود بسامد تشدید همواره صفر است. بنابراین، حالت خروجی تا آنجایی که به آمار شمارش فوتون‌ها مربوط می‌شود سرشت پواسونی خود را حفظ کرده و حالت همدوس باقی می‌ماند. بنابراین در تشابه با نتایج به دست آمده در بخش قبل، حالت همدوس عبوری از تیغه مغناطودی‌الکتریک در دمای $T \neq 0$ دیگر حالت همدوس نیست. این نتایج در تشابه کامل با نتایج به دست آمده برای محیط‌های دی‌الکتریک همسانگرد است [۲۶].

نتیجه‌گیری

در این مقاله، با به کار بردن رهیافت پدیده شناختی امواج

$$\begin{aligned} & \sqrt{\xi_{j+1}} \frac{(\kappa_{yy})_{j+1}^{-1}}{n_{o,j+1}} \left[\begin{array}{l} e^{i\beta_{o,j+1}\omega z_j/c} \hat{a}_{x+}^{(j+1)}(z_j, \omega) \\ + e^{-i\beta_{o,j+1}\omega z_j/c} \hat{a}_{x-}^{(j+1)}(z_j, \omega) \end{array} \right] \\ &= \sqrt{\xi_j} \frac{(\kappa_{yy})_j^{-1}}{n_{o,j}} \left[\begin{array}{l} e^{i\beta_{o,j}\omega z_j/c} \hat{a}_{x+}^{(j)}(z_j, \omega) \\ + e^{-i\beta_{o,j}\omega z_j/c} \hat{a}_{x-}^{(j)}(z_j, \omega) \end{array} \right], \end{aligned} \quad \text{پ ۳-۲ و}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\xi'_{j+1}} \frac{(\kappa_{xx})_{j+1}^{-1}}{n_{e,j+1}} \left[\begin{array}{l} e^{i\beta_{e,j+1}\omega z_j/c} \hat{a}_{y+}^{(j+1)}(z_j, \omega) \\ + e^{-i\beta_{e,j+1}\omega z_j/c} \hat{a}_{y-}^{(j+1)}(z_j, \omega) \end{array} \right] \\ &= \sqrt{\xi'_j} \frac{(\kappa_{xx})_j^{-1}}{n_{e,j}} \left[\begin{array}{l} e^{i\beta_{e,j}\omega z_j/c} \hat{a}_{y+}^{(j)}(z_j, \omega) \\ + e^{-i\beta_{e,j}\omega z_j/c} \hat{a}_{y-}^{(j)}(z_j, \omega) \end{array} \right]. \end{aligned} \quad \text{پ ۴-۲}$$

به طور مشابه با استفاده از پیوسته بودن مولفه مماسی میدان مغناطیسی $\mathbf{H} = \mu_0^{-1} \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{M}_N$ در فصل مشترک $z = z_j$ (بردار مغناطش نوفه \mathbf{M}_N قبلا در رابطه (۴) تعریف شده است)، بنابراین داریم

$$\begin{aligned} & \sqrt{\xi_{j+1}} \left[\begin{array}{l} e^{i\beta_{o,j+1}\omega z_j/c} \hat{a}_{x+}^{(j+1)}(z_j, \omega) \\ - e^{-i\beta_{o,j+1}\omega z_j/c} \hat{a}_{x-}^{(j+1)}(z_j, \omega) \end{array} \right] \\ &= \sqrt{\xi_j} \left[\begin{array}{l} e^{i\beta_{o,j}\omega z_j/c} \hat{a}_{x+}^{(j)}(z_j, \omega) \\ - e^{-i\beta_{o,j}\omega z_j/c} \hat{a}_{x-}^{(j)}(z_j, \omega) \end{array} \right], \end{aligned} \quad \text{پ ۵-۲}$$

و (پ ۶-۲)

$$\begin{aligned} & \sqrt{\xi'_{j+1}} \left[\begin{array}{l} -e^{i\beta_{e,j+1}\omega z_j/c} \hat{a}_{y+}^{(j+1)}(z_j, \omega) \\ + e^{-i\beta_{e,j+1}\omega z_j/c} \hat{a}_{y-}^{(j+1)}(z_j, \omega) \end{array} \right] \\ &= \sqrt{\xi'_j} \left[\begin{array}{l} -e^{i\beta_{e,j}\omega z_j/c} \hat{a}_{y+}^{(j)}(z_j, \omega) \\ + e^{-i\beta_{e,j}\omega z_j/c} \hat{a}_{y-}^{(j)}(z_j, \omega) \end{array} \right], \end{aligned}$$

که در نوشتن روابط بالا از معادله‌های لانژون (۲۴) و (۲۵) استفاده شده است. اکنون با ترکیب شرایط مرزی (پ ۳-۲) - (پ ۶-۲) می‌توان نشان داد که عملگرهای نابودی $\hat{a}_{\sigma\pm}^{(j)}(z_j, \omega)$ و $\hat{a}_{\sigma\pm}^{(j+1)}(z_j, \omega)$ در سطح مشترک $z = z_j$ توسط ماتریس تبدیل $S_{\sigma}^{(j)}$ به هم مرتبط می‌شوند. درایه‌های این ماتریس تبدیل عبارتند از:

$$\begin{aligned} s_{1,x}^{(j)} &= \frac{\sqrt{\xi_j} n_{o,j+1} (\kappa_{yy})_j^{-1} + n_{o,j} (\kappa_{yy})_{j+1}^{-1}}{\sqrt{\xi_{j+1}} 2n_{o,j} (\kappa_{yy})_{j+1}^{-1}} e^{-i(\beta_{o,j+1} - \beta_{o,j})z_j\omega/c} = s_{2,x}^{(j)} e^{-i(\beta_{o,j+1} - \beta_{o,j})z_j\omega/c}, \end{aligned} \quad \text{پ ۷-۲}$$

(۵) و (۶) به کاربرده شده‌اند به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\begin{aligned} e_{11} &= \sqrt{\varepsilon_{xx}^I}, \\ e_{22} &= \frac{1}{\gamma_r - \gamma_l} \left[\sqrt{\gamma_l} (\gamma_r - \varepsilon_{yy}^I) - \sqrt{\gamma_r} (\gamma_l - \varepsilon_{yy}^I) \right], \\ e_{33} &= e_{22} = \frac{1}{\gamma_r - \gamma_l} (-\sqrt{\gamma_l} + \sqrt{\gamma_r}) \varepsilon_{yz}^I, \end{aligned} \quad \text{پ ۱-۱}$$

$$e_{33} = \frac{1}{\gamma_r - \gamma_l} \left[-\sqrt{\gamma_l} (\gamma_l - \varepsilon_{yy}^I) + \sqrt{\gamma_r} (\gamma_r - \varepsilon_{yy}^I) \right],$$

$$\begin{aligned} e'_{11} &= \sqrt{\kappa_{xx}^I}, \\ e'_{22} &= \frac{1}{\gamma'_r - \gamma'_l} \left[\sqrt{\gamma'_l} (\gamma'_r - \kappa_{yy}^I) - \sqrt{\gamma'_r} (\gamma'_l - \kappa_{yy}^I) \right], \\ e'_{33} &= e'_{22} = \frac{1}{\gamma'_r - \gamma'_l} (-\sqrt{\gamma'_l} + \sqrt{\gamma'_r}) \kappa_{yz}^I, \end{aligned} \quad \text{پ ۲-۱}$$

$$e'_{33} = \frac{1}{\gamma'_r - \gamma'_l} \left[-\sqrt{\gamma'_l} (\gamma'_l - \kappa_{yy}^I) + \sqrt{\gamma'_r} (\gamma'_r - \kappa_{yy}^I) \right],$$

که در اینجا پارامترهای $\gamma_r, \gamma_l, \gamma'_r, \gamma'_l$ به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\gamma_l = \frac{\varepsilon_{yy}^I + \varepsilon_{zz}^I + \sqrt{(\varepsilon_{yy}^I - \varepsilon_{zz}^I)^2 + 4(\varepsilon_{yz}^I)^2}}{2}, \quad \text{پ ۳-۱}$$

$$\gamma_r = \frac{\varepsilon_{yy}^I + \varepsilon_{zz}^I - \sqrt{(\varepsilon_{yy}^I - \varepsilon_{zz}^I)^2 + 4(\varepsilon_{yz}^I)^2}}{2}.$$

$$\gamma'_l = \frac{\kappa_{yy}^I + \kappa_{zz}^I + \sqrt{(\kappa_{yy}^I - \kappa_{zz}^I)^2 + 4(\kappa_{yz}^I)^2}}{2}, \quad \text{پ ۴-۱}$$

$$\gamma'_r = \frac{\kappa_{yy}^I + \kappa_{zz}^I - \sqrt{(\kappa_{yy}^I - \kappa_{zz}^I)^2 + 4(\kappa_{yz}^I)^2}}{2}.$$

در روابط بالا شناسه I بیانگر قسمت موهومی پارامترها است.

پیوست ۲:

ابتدا به منظور ساده سازی محاسبات برای اعمال شرایط مرزی در عبور از لایه‌های مختلف عملگرهای نوفه زیر را تعریف می‌کنیم

$$d_{x\pm}^{(j)}(z, \omega) = e^{\mp\gamma_{oj}\omega z_j/c} \int_{z_{j-1}}^{z_j} dz' D_{x\pm}^{(j)}(z', \omega) e^{\pm\gamma_{oj}\omega z'/c} \quad \text{پ ۱-۲}$$

$$d_{y\pm}^{(j)}(z, \omega) = e^{\mp\gamma_{ej}\omega z_j/c} \int_{z_{j-1}}^{z_j} dz' D_{y\pm}^{(j)}(z', \omega) e^{\pm\gamma_{ej}\omega z'/c} \quad \text{پ ۲-۲}$$

با توجه به اینکه مولفه مماسی میدان الکتریکی E در عبور از فصل مشترک لایه‌های همسایه پیوسته است، با به کار بردن رابطه بالا و جای گذاری در روابط (۲۷) و (۲۸) و گرفتن منفی مشتق زمانی آنها، شرط مرزی به ترتیب برای مولفه‌های مماسی $\sigma = x, y$ در سطح مشترک $z = z_j$ به صورت زیر بیان می‌شود

(پ ۳-۵)

$$T_{1r,y}^{(j)} = \frac{n_{e,1}}{n_{e,r}} \sqrt{\frac{\xi_r'}{\xi_1'}} e^{-i(\beta_{e,1} + \beta_{e,r})\omega l/c} t_{rr,e} e^{in_{e,r}\omega l/c} g' t_{r1,e},$$

(پ ۳-۶)

$$T_{1r,y}^{(j)} = \frac{n_{e,r}}{n_{e,1}} \sqrt{\frac{\xi_1'}{\xi_r'}} e^{-i(\beta_{e,1} + \beta_{e,r})\omega l/c} t_{1r,e} e^{in_{e,r}\omega l/c} g' t_{rr,e},$$

(پ ۳-۷)

$$T_{1r,y}^{(j)} = e^{-i\beta_{e,r}\omega l/c} \left[r_{rr,e} + t_{rr,e} e^{in_{e,r}\omega l/c} r_{r1,e} g' t_{rr,e} \right].$$

(پ ۳-۸)

به طور مشابه با به کارگیری رابطه (۳۳) و روابط (پ ۲-۷) - (پ ۲-۱۰)، درایه‌های ماتریس جذب $\tilde{A}_\sigma^{(j)}$ به صورت زیر بیان می‌شوند

$$\tilde{A}_{1,x}^{(j)} = \sqrt{\gamma_{o,r} \frac{\xi_r}{\xi_1}} e^{-i\beta_{o,r}\omega l/c} t_{1r,o} g \times \sqrt{c_{x+}} \left[1 + e^{in_{o,r}\omega l/c} r_{rr,o} \right],$$

(پ ۳-۹)

$$\tilde{A}_{1,x}^{(j)} = \sqrt{\gamma_{o,r} \frac{\xi_r}{\xi_1}} e^{-i\beta_{o,r}\omega l/c} t_{1r,o} g \times \sqrt{c_{x-}} \left[1 - e^{in_{o,r}\omega l/c} r_{rr,o} \right],$$

(پ ۳-۱۰)

$$\tilde{A}_{1,x}^{(j)} = \sqrt{\gamma_{o,r} \frac{\xi_r}{\xi_r}} e^{-i\beta_{o,r}\omega l/c} t_{rr,o} g \times \sqrt{c_{x+}} \left[1 + e^{in_{o,r}\omega l/c} r_{r1,o} \right],$$

(پ ۳-۱۱)

$$\tilde{A}_{1,x}^{(j)} = \sqrt{\gamma_{o,r} \frac{\xi_r}{\xi_r}} e^{-i\beta_{o,r}\omega l/c} t_{rr,o} g \times \sqrt{c_{x-}} \left[e^{in_{o,r}\omega l/c} r_{r1,o} - 1 \right],$$

(پ ۳-۱۲)

$$\tilde{A}_{1,y}^{(j)} = \sqrt{\gamma_{e,r} \frac{\xi_r'}{\xi_1'}} e^{-i\beta_{e,r}\omega l/c} t_{1r,e} g' \times \sqrt{c_{y+}} \left[1 + e^{in_{e,r}\omega l/c} r_{rr,e} \right],$$

(پ ۳-۱۳)

$$\tilde{A}_{1,y}^{(j)} = \sqrt{\gamma_{e,r} \frac{\xi_r'}{\xi_1'}} e^{-i\beta_{e,r}\omega l/c} t_{1r,e} g' \times \sqrt{c_{y-}} \left[1 - e^{in_{e,r}\omega l/c} r_{rr,e} \right],$$

(پ ۳-۱۴)

$$\tilde{A}_{1,y}^{(j)} = \sqrt{\gamma_{e,r} \frac{\xi_r'}{\xi_r}} e^{-i\beta_{e,r}\omega l/c} t_{rr,e} g' \times \sqrt{c_{y+}} \left[1 + e^{in_{e,r}\omega l/c} r_{r1,e} \right],$$

(پ ۳-۱۵)

$$\tilde{A}_{1,y}^{(j)} = \sqrt{\gamma_{e,r} \frac{\xi_r'}{\xi_r}} e^{-i\beta_{e,r}\omega l/c} t_{rr,e} g' \times \sqrt{c_{y-}} \left[e^{in_{e,r}\omega l/c} r_{r1,e} - 1 \right].$$

(پ ۳-۱۶)

در اینجا ضرایب $c_{y\pm}$ و $c_{x\pm}$ قبلاً در رابطه (۳۸) و (۳۹)

$$s_{1r,x}^{(j)} = \frac{\sqrt{\xi_j} n_{o,j+1} (\kappa_{yy})_j^{-1} - n_{o,j} (\kappa_{yy})_{j+1}^{-1}}{\sqrt{\xi_{j+1}} n_{o,j} (\kappa_{yy})_{j+1}^{-1}} e^{-i(\beta_{o,j+1} + \beta_{o,j})z_j \omega/c} = s_{1r,x}^{(j)} e^{-i\tau(\beta_{o,j+1} + \beta_{o,j})z_j \omega/c}$$

(پ ۲-۸)

$$s_{1r,y}^{(j)} = \frac{\sqrt{\xi_j'} n_{e,j+1} (\kappa_{xx})_j^{-1} + n_{e,j} (\kappa_{xx})_{j+1}^{-1}}{\sqrt{\xi_{j+1}'} n_{e,j} (\kappa_{xx})_{j+1}^{-1}} e^{-i(\beta_{e,j+1} - \beta_{e,j})z_j \omega/c} = s_{1r,y}^{(j)} e^{-i\tau(\beta_{e,j+1} - \beta_{e,j})z_j \omega/c}$$

(پ ۲-۹)

$$s_{1r,y}^{(j)} = \frac{\sqrt{\xi_j'} n_{e,j+1} (\kappa_{xx})_j^{-1} - n_{e,j} (\kappa_{xx})_{j+1}^{-1}}{\sqrt{\xi_{j+1}'} n_{e,j} (\kappa_{xx})_{j+1}^{-1}} e^{-i(\beta_{e,j+1} + \beta_{e,j})z_j \omega/c} = s_{1r,y}^{(j)} e^{-i\tau(\beta_{e,j+1} + \beta_{e,j})z_j \omega/c}$$

(پ ۲-۱۰)

پیوست ۳:

درایه‌های ماتریس پراکندگی معرفی شده در رابطه (۳۲)،

$$T_\sigma^{(j)} = \begin{pmatrix} T_{11,\sigma}^{(j)} & T_{12,\sigma}^{(j)} \\ T_{21,\sigma}^{(j)} & T_{22,\sigma}^{(j)} \end{pmatrix}$$

مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد هستند. با استفاده از رابطه (۳۲)

برای وضعیت $N=3$ و کمک از روابط (پ ۲-۷) -

(پ ۲-۱۰) با فرض این‌که $z_1 = -\frac{l}{\gamma}$ و $z_2 = \frac{l}{\gamma}$ است،

درایه‌های ماتریس پراکندگی برای قطبش‌های x و y به

صورت زیر نوشته می‌شوند

$$T_{11,x}^{(j)} = e^{-i\beta_{o,r}\omega l/c} \left[r_{1r,o} + t_{1r,o} e^{in_{o,r}\omega l/c} r_{rr,o} g t_{r1,o} \right],$$

(پ ۳-۱)

$$T_{1r,x}^{(j)} = \frac{n_{o,1}}{n_{o,r}} \sqrt{\frac{\xi_r}{\xi_1}} e^{-i(\beta_{o,1} + \beta_{o,r})\omega l/c} t_{rr,o} e^{in_{o,r}\omega l/c} g t_{r1,o},$$

(پ ۳-۲)

$$T_{1r,x}^{(j)} = \frac{n_{o,r}}{n_{o,1}} \sqrt{\frac{\xi_1}{\xi_r}} e^{-i(\beta_{o,1} + \beta_{o,r})\omega l/c} t_{1r,o} e^{in_{o,r}\omega l/c} g t_{rr,o},$$

(پ ۳-۳)

$$T_{2r,x}^{(j)} = e^{-i\beta_{o,r}\omega l/c} \left[r_{rr,o} + t_{rr,o} e^{in_{o,r}\omega l/c} r_{r1,o} g t_{rr,o} \right],$$

(پ ۳-۴)

$$T_{11,y}^{(j)} = e^{-i\beta_{e,r}\omega l/c} \left[r_{1r,e} + t_{1r,e} e^{in_{e,r}\omega l/c} r_{rr,e} g' t_{r1,e} \right],$$

$$t_{1r,e} = t_{rr,e} = \frac{2(\kappa_{xx})_r^{-1}}{(\kappa_{xx})_r^{-1} + n_{e,r}}, \quad (\text{پ ۳-۲۷})$$

$$t_{1l,e} = t_{rl,e} = \frac{2n_{e,r}}{(\kappa_{xx})_r^{-1} + n_{e,r}}. \quad (\text{پ ۳-۲۸})$$

اکنون روابط (پ ۳-۲۲) - (پ ۳-۲۸) را در روابط (پ ۳-۱) - (پ ۳-۸) جای گذاری می‌کنیم و ضرایب عبور و بازتاب تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد را برای دو جهت قطبش $\sigma = x$ و $\sigma = y$ به دست می‌آوریم. بنابراین داریم

$$T_{1l,x}^{(0)} = e^{-i\omega l/c} \frac{(e^{i n_{o,r} \omega l/c} - 1) \left(n_{o,r} - (\kappa_{yy})_r^{-1} \right)}{\left((\kappa_{yy})_r^{-1} + n_{o,r} \right) - \left((\kappa_{yy})_r^{-1} - n_{o,r} \right) e^{i n_{o,r} \omega l/c}} \\ = T_{rl,x}^{(0)} = R_x, \quad (\text{پ ۳-۲۹})$$

$$T_{1r,x}^{(0)} = \frac{2n_{o,r} (\kappa_{yy})_r^{-1} e^{-i\omega l/c} e^{i n_{o,r} \omega l/c}}{\left((\kappa_{yy})_r^{-1} + n_{o,r} \right) - \left((\kappa_{yy})_r^{-1} - n_{o,r} \right) e^{i n_{o,r} \omega l/c}} \\ = T_{rl,x}^{(0)} = T_x, \quad (\text{پ ۳-۳۰})$$

$$T_{1l,y}^{(0)} = e^{-i\omega l/c} \frac{(e^{i n_{e,r} \omega l/c} - 1) \left(n_{e,r} - (\kappa_{xx})_r^{-1} \right)}{\left((\kappa_{xx})_r^{-1} + n_{e,r} \right) - \left((\kappa_{xx})_r^{-1} - n_{e,r} \right) e^{i n_{e,r} \omega l/c}} \\ = T_{rl,y}^{(0)} = R_y, \quad (\text{پ ۳-۳۱})$$

$$T_{1r,y}^{(0)} = \frac{2n_{e,r} (\kappa_{xx})_r^{-1} e^{-i\omega l/c} e^{i n_{e,r} \omega l/c}}{\left((\kappa_{xx})_r^{-1} + n_{e,r} \right) - \left((\kappa_{xx})_r^{-1} - n_{e,r} \right) e^{i n_{e,r} \omega l/c}} \\ = T_{rl,y}^{(0)} = T_y, \quad (\text{پ ۳-۳۲})$$

که $T_x(y)$ و $R_x(y)$ به ترتیب بیانگر ضرایب عبور و بازتاب از تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد برای تابش فرودی با قطبش‌های x و y هستند.

سپاس‌گزاری

نویسندگان، از معاونت تحصیلات تکمیلی دانشگاه شهکرد برای حمایت‌های انجام شده قدردانی می‌نمایند.

تعریف شده‌اند و پارامترهای \mathcal{G} و \mathcal{G}' عبارتند از:

$$\mathcal{G} = \left[1 - r_{r1,o} r_{rr,o} e^{i n_{o,r} \omega l/c} \right]^{-1}, \quad (\text{پ ۳-۱۷})$$

$$\mathcal{G}' = \left[1 - r_{r1,e} r_{rr,e} e^{i n_{e,r} \omega l/c} \right]^{-1}.$$

ضرایب $r_{ij,o}(e)$ و $t_{ij,o}(e)$ به کار برده شده در روابط بالا که به ضرایب فرنل معروف هستند به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$r_{ij,o} = -r_{ji,o} = \frac{n_{o,i} (\kappa_{yy})_j^{-1} - n_{o,j} (\kappa_{yy})_i^{-1}}{n_{o,i} (\kappa_{yy})_j^{-1} + n_{o,j} (\kappa_{yy})_i^{-1}}, \quad (\text{پ ۳-۱۸})$$

$$t_{ij,o} = \frac{2n_{o,i} (\kappa_{yy})_j^{-1}}{n_{o,i} (\kappa_{yy})_j^{-1} + n_{o,j} (\kappa_{yy})_i^{-1}}, \quad (\text{پ ۳-۱۹})$$

$$r_{ij,e} = -r_{ji,e} = \frac{n_{e,i} (\kappa_{xx})_j^{-1} - n_{e,j} (\kappa_{xx})_i^{-1}}{n_{e,i} (\kappa_{xx})_j^{-1} + n_{e,j} (\kappa_{xx})_i^{-1}}, \quad (\text{پ ۳-۲۰})$$

$$t_{ij,e} = \frac{2n_{e,i} (\kappa_{xx})_j^{-1}}{n_{e,i} (\kappa_{xx})_j^{-1} + n_{e,j} (\kappa_{xx})_i^{-1}}. \quad (\text{پ ۳-۲۱})$$

در اینجا $i, j = 1, 2, 3$ است. در حالت خاصی که تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد در خلأ باشد، ضرایب شکست در نواحی $j = 1, 3$ برابر واحد است. در نتیجه $\beta_{o(e),1} = \beta_{o(e),3} = 1$ و $\gamma_{o(e),1} = \gamma_{o(e),3} = 0$ ضرایب $\xi_1(\omega)$ و $\xi_3(\omega)$ برابر واحد می‌شوند. بنابراین روابط (پ ۳-۱۷) - (پ ۳-۲۱) برای حالت خاص مزبور به صورت زیر تغییر می‌کنند

$$\mathcal{G} = \left[1 - r_{r1,o}^2 e^{i n_{o,r} \omega l/c} \right]^{-1} \quad (\text{پ ۳-۲۲})$$

$$\mathcal{G}' = \left[1 - r_{r1,e}^2 e^{i n_{e,r} \omega l/c} \right]^{-1}$$

$$r_{1r,o} = r_{rr,o} = -r_{r1,o} = -r_{rr,o} = \frac{(\kappa_{yy})_r^{-1} - n_{o,r}}{(\kappa_{yy})_r^{-1} + n_{o,r}}, \quad (\text{پ ۳-۲۳})$$

$$t_{1r,o} = t_{rr,o} = \frac{2(\kappa_{yy})_r^{-1}}{(\kappa_{yy})_r^{-1} + n_{o,r}}, \quad (\text{پ ۳-۲۴})$$

$$t_{r1,o} = t_{rr,o} = \frac{2n_{o,r}}{(\kappa_{yy})_r^{-1} + n_{o,r}}, \quad (\text{پ ۳-۲۵})$$

$$r_{1r,e} = r_{rr,e} = -r_{r1,e} = -r_{rr,e} = \frac{(\kappa_{xx})_r^{-1} - n_{e,r}}{(\kappa_{xx})_r^{-1} + n_{e,r}}, \quad (\text{پ ۳-۲۶})$$

مراجع

14. R Matloob and R Loudon, *Phys. Rev A* **53** (1996) 4567.
15. H T Dung, S Y Buhmann, L Knoll, D G Welsch, S Scheel, and J Kastel, *Phys. Rev. A* **68** (2003) 043816.
16. F Kheirandish and M Amooshahi, *Phys. Rev A* **74** (2006) 042102.
17. M Amooshahi, *J. Math Phys.* **50** (2009) 062301.
18. E Amooghorban, M Wubs, N A Mortensen, and F Kheirandish, *Phys. Rev. A* **84** (2011) 013806.
19. E Amooghorban, N A Mortensen and M Wubs, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013).153602.
20. T Gruner and D G Welsch, *Phys. Rev. A* **54** (1996) 1661.
21. Y Dong and X Zhang, *J. Opt.* **13** (2011) 03540.
- ۱.۲۲. عموقربان، ع مهدی‌فر و م. حسین‌زاده، "اثر پراکندگی تیغه دی‌الکتتریک ناهمسانگرد بر ویژگی‌های کوانتومی حالت‌های فرودی"، کنفرانس فیزیک ایران ۱۳۹۴، ۹۷۰.
23. R. Matloob and G Pooseh, *Optics. Communications.* **181** (2000) 109.
24. D Yun-Xia and L Chun-Ying, *Chin. Phys. B* **24** (2015) 064206.
25. Ch-I Chai, *Phys. Rev. A* **46** (1992) 7187.
26. M Artoni and R Loudon, *Phys. Rev. A* **59** (1999) 2279.
1. J B Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **85**, (2000) 3966.
2. J B Pendry, D. Schurig, D. R. Smith, *Science* **312** (2006) 1780.
3. D Schurig, J J Mock, B J Justice, S A Cummer, J B Pendry, A F. Starr, and D R Smith, *Science* **314** (2006) 977.
4. M M Behbahani, E Amooghorban, and A. Mahdifar, *Phys. Rev. A* **94** (2016) 013854.
5. J Zhang, M Wubs, P Ginzburg, G Wurtz, and A V Zayats, *J. Opt.* **18** (2016) 044029.
6. I E Tamm, *J Russ. Phys.-Chem. Soc., Phys. Sect.* **57** (1925) 209.
7. G V Skrotskii, *Sov. Phys. Dokl.* **2** (1957) 226.
8. J Plebanski, *Phys. Rev.* **118** (1960) 1396.
9. A M Volkov, A A Izmet'ev, and G V Skrotskii, *Sov. Phys. JETP* **32** (1971).
10. F De Felice, *Gen. Relativ. Gravit.* **2** (1971) 347.
11. B Mashhoon, *Phys. Rev. D* **7** (1973) 2807.
- ۱.۱۲. عموقربان، ع مهدی‌فر و م حسین‌زاده، "روابط کوانتومی ورودی - خروجی تیغه مغناطودی‌الکتتریک متحرک"، بیست و دومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و هشتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران ۱۳۹۴، ۲۲۸ به زودی منتشر می‌شود.
13. B Huttner and S M Barnett, *Phys. Rev. A* **46** (1992) 4306.