



## رفتار فازی ذرات میله‌ای شکل بین دو دیواره: تغییر فاز سامانه بدون پدیده گذارفاز

روح‌الله علی‌آبادی<sup>۱\*</sup>، نسرین امینی‌زاده<sup>۲</sup>، و علیرضا نورمندی‌پور<sup>۱</sup>

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

۲. گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

پست الکترونیکی: aliyabadi@sirjantech.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۳؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۰۵)

### چکیده

در این مقاله به بررسی رفتار فازی میله‌ای با سطح مقطع مربعی ( $D \times D$ ) و دایره‌ای (قطر  $D$ ) در بین دو دیواره سخت با استفاده از نظریه پارسونز-لی و به کار بردن تقریب زوانزیگ پرداختیم. تمرکز ما یافتن فاصله‌ای از صفحات ( $H$ ) و اندازه‌ای از ذرات است که در آنها فاز سامانه بدون رخداد گذارفاز تغییر می‌کند. در این مطالعه مشخص شد در صورتی که فاصله صفحات از طول ذرات کوچک‌تر باشد برای هر ذره‌ای که نسبت طول ( $L$ ) آن به  $D$  بیشتر از ۱ است گذارفاز مرتبه دوم رخ می‌دهد و بیشتر ذرات در جهت خاصی موازی با صفحات قرار می‌گیرند که چگالی رخداد این نوع گذارفاز با افزایش طول ذرات کاهش می‌یابد. همچنین به این نتیجه رسیدیم در صورتی که فاصله بین صفحات از  $2D$  بزرگ‌تر و  $L < 2D$  باشد علی‌رغم تغییر فاز سامانه، با افزایش چگالی ذرات هیچگونه گذارفازی رخ نمی‌دهد. به علاوه مشخص شد که ذرات استوانه‌ای شکل برخی رفتارهای خلاف انتظار را از خود نشان می‌دهند که می‌تواند از عملکرد نامناسب نظریه به کار برده شده و یا رفتار واقعاً فیزیکی آنها باشد که برای رفع ابهام به مطالعات دقیق‌تری نیاز است.

**واژه‌های کلیدی:** بلور مایع، گذار فاز، ذرات میله‌ای، محدود شده، نماتیک

گستره‌ای با استفاده از شبیه سازی‌های کامپیوتری و همچنین رویکردهای نظری مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [۴-۲]. علی‌رغم

### ۱. مقدمه

مطالعات متعدد بر روی ذرات کلوئیدی ناهمسانگرد در حالت کپه‌ای و یا در حضور پتانسیل‌های خارجی، هنوز هم بررسی خواص این سامانه‌ها بسیار جالب است [۵].

توانایی کنترل نحوه جهت‌گیری مولکول‌های بلورمایع در ساخت دستگاه‌های نوری و فتوولتائیک بسیار مهم است [۶] و چگالی و دما مؤلفه‌های مهم در کنترل جهت‌گیری این ذرات هستند [۷]. می‌توان این مؤلفه‌ها را با تنظیم دما و قدرت

ناهمسانگردی شکل هندسی ذرات کلوئیدی به عنوان یک مؤلفه مهم در تشکیل فازهای بلور مایع مانند فازهای اسمکتیک<sup>۱</sup>، نماتیک<sup>۲</sup> و ستونی<sup>۳</sup> شناخته شده است [۱]. به دلیل اهمیت این ذرات در ساخت ترانزیستورها و حسگرهای زیستی و توسعه مواد نوین با ویژگی‌های فیزیکی جدید، مولکول‌های ناهمسانگرد با اشکال هندسی ساده مانند استوانه‌ها، عدسی‌ها، حلقه‌ها و بیضی‌ها مدل‌سازی شده‌اند و رفتار فازی آنها به طور

۱. Smectic

۲. Nematic

۳. Columnar

سامانه‌های شبه دو بعدی پرداخت که ماهیت گذارفاز در آنها ممکن است با سامانه‌های سه بعدی کاملاً متفاوت باشد [۲۶]. به عنوان مثال، گذارفاز همسانگرد به نماتیک در سامانه‌های سه بعدی ناپیوسته است، اما در سامانه‌های دو بعدی، از نوع گذارفاز پیوسته است [۲۷ و ۲۸].

مطالعه نظری حاضر بر روی وقوع فازهای دو محوره و ساختارهای نماتیکی پلناრ و هومئوتروپیک با استفاده از نظریه پارسونز-لی<sup>۶</sup> (PL) و تقریب زوانزیگ<sup>۷</sup> [۲۹] برای میله‌هایی با سطح مقطع مربع و دایره متمرکز است. از جمله ذراتی که می‌توان شکل هندسی آنها را با میله‌های مکعب مستطیل تقریب زد نانوذرات جوئتایت<sup>۸</sup> بوده و مولکول‌های متوكسی بنزیلیدن تقریباً میله‌های استوانه‌ای شکل هستند. در تقریب زوانزیگ جهت‌گیری ذرات تنها در سه جهت اصلی مجاز است و این امر محاسبات را بسیار ساده‌تر می‌کند. علی‌رغم سادگی، این تقریب پیش‌بینی‌های مناسبی که از نظر کیفی شبیه به نتایج مطالعات دقیق‌تر هستند از خود نشان می‌دهد [۳۰-۳۲]. واضح است که ارزیابی قطعی و دقیق نتایج حاصل از مدل نظری استفاده شده در این مقاله، با شبیه‌سازی سیال مشابهی که در آن ذرات بتوانند آزادانه جهت‌گیری کنند امکان پذیر است. در این مقاله، نشان می‌دهیم که افزایش چگالی ذرات، فاصله دیواره‌ها و اندازه ذرات بر ساختارهای تشکیل شده توسط ذرات میله‌ای شکل مؤثرند و به دنبال مقادیری هستیم که در آنها فاز سامانه بدون رخداد گذارفازهای نوع اول و دوم تغییر کند. همانگونه که اشاره شد آگاهی از رفتار دقیق یک سامانه فیزیکی و شناخت نحوه تغییر فاز آن در تولید و طراحی مواد جدید بسیار اهمیت داشته و تغییر فاز سامانه بدون رخداد گذارفاز در ساخت ابزارهای کنترلی پیوسته و برنامه‌پذیر کاربرد دارد.

[۳۳]

پتانسیل خارجی (به عنوان مثال برهمنکش دیواره-ذره) کنترل کرد که بر روی نحوه قرارگیری ذرات نزدیک دیواره تأثیر می‌گذارد و در نتیجه فاز سامانه دچار تغییر خواهد شد [۸]. مثلاً وجود دیواره‌های دافع ذرات باعث رخداد فاز نماتیک در چگالی‌های پایین‌تر و وجود دیواره‌های جاذب ذرات تشکیل فاز نماتیک را به تعویق می‌اندازد [۹]. مولکول‌ها را می‌توان به عنوان اجسام غیرقابل نفوذ [۱۱-۸] یا به عنوان اجسام تا حدی نفوذپذیر در نظر گرفت [۱۲]. در دسته خاصی از بلورهای مایع به نام لیوتروپیک<sup>۱</sup>، چگالی اثرگذارترین مؤلفه کنترل است که در این مقاله به مطالعه چنین سیالاتی می‌پردازیم.

دو فاز نماتیک معروف برای ذرات میله‌ای شکل محصور بین دو دیواره سخت، فاز پلنار<sup>۲</sup> (P) و ساختار هومئوتروپیک<sup>۳</sup> (H) هستند. در فاز P محور بزرگ اغلب ذرات موازی با دیواره‌ها و در فاز H محور بزرگ اغلب ذرات بر دیواره‌ها عمود است. آلن [۱] با استفاده از شبیه‌سازی ذرات میله مانند سخت محصور در بین دو دیواره مسطح نشان داد که جهت‌گیری ترجیحی ذرات میله‌ای شکل در چگالی‌های پایین در نزدیکی دیوارها پلنار است که خود فاز P می‌تواند تک محوره<sup>۴</sup> (U) یا دو محوره<sup>۵</sup> (B) باشد. فازهای نماتیک دو محوره به صورت تجربی [۱۳-۱۵] و نظری [۱۶-۱۸] بسیار مورد مطالعه قرار گرفته‌اند که دلیل آن پاسخ زمانی سریع آنها به میدان الکتریکی اعمال شده است، که یک عامل اساسی در فناوری نمایشگرهاست [۱۹]. مطالعات نشان می‌دهند که گذارفاز U-B برای ذرات سخت میله‌ای شکل محصور بین دو صفحه سخت از مرتبه دوم است [۲۰-۲۳]. از نقطه نظر عملی، مطالعه چنین سیالاتی، به عنوان مدلی از نانوذرات در نانوحفرهای، نیز موضوعی قابل توجه است [۲۴ و ۲۵] چرا که با کاهش فاصله دیواره‌ها، می‌توان به مطالعه

<sup>۱</sup>. Lyotropic<sup>۲</sup>. Planar<sup>۳</sup>. Homeotropic<sup>۴</sup>. Uniaxial<sup>۵</sup>. Biaxial<sup>۶</sup>. Parsons-Lee<sup>۷</sup>. Zwanzig<sup>۸</sup>. Goethite

ناهمگن، پتانسیل بزرگ،  $\Omega$ ، است که در تقریب زوانزیگ به شکل زیر نوشته می‌شود [۲۰]:

$$\frac{\beta\Omega}{A} = \sum_{i=x,y,z} \int dz \rho_i(z) \begin{bmatrix} \ln \rho_i(z) \\ -1 + \beta V_{ext}^i(z) \\ -\beta\mu \end{bmatrix} + \frac{1}{4} c \sum_{i,j=x,y,z} \int dz_i \rho_i(z_i) \int dz_j \rho_j(z_j) A_{exc}^{ij}(z_i - z_j), \quad (2)$$

که  $\beta = 1/k_B T$  وارون دمایی،  $\mu$  پتانسیل شیمیایی سامانه و  $c = (1-\eta)(1-\eta^2)$  ضریب پارسونز- لی است. در این رابطه،  $V_{ext}^i(z)$  پتانسیل خارجی اعمال شده از سوی دیوارهای بر روی ذرات با جهت  $i$  است که به شکل زیر درنظر گرفته می‌شود:

$$\beta V_{ext}^x(z) = \beta V_{ext}^y(z) = \begin{cases} \infty, & z < D/2 \text{ and } z > H-D/2 \\ 0, & D/2 < z < H-D/2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\beta V_{ext}^z(z) = \begin{cases} \infty, & z < L/2 \text{ and } z > H-L/2 \\ 0, & L/2 < z < H-L/2 \end{cases},$$

که  $H$  فاصله بین دیوارهای است.

در رابطه (۲)، مساحت ممنوعه  $A_{exc}^{ij}$  بین دو ذره با جهت  $i$  و  $j$  است که برای میله‌ای با سطح مقطع مربعی به شکل زیر خواهد بود (شکل ۲):

$$A_{exc}^{xx}(z) = A_{exc}^{yy}(z) = 4DL \quad \text{for } -D < z < D$$

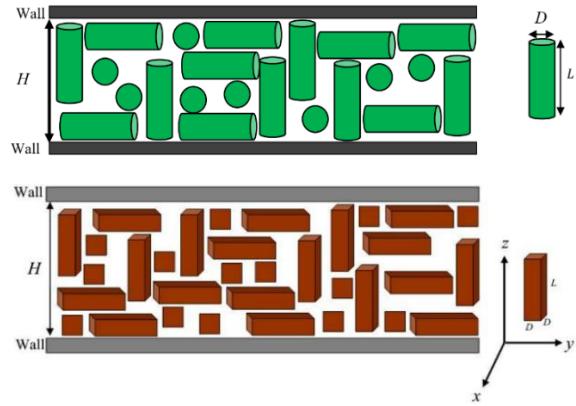
$$A_{exc}^{xy}(z) = A_{exc}^{yx}(z) = (L+D)^2 \quad \text{for } -D < z < D$$

$$A_{exc}^{xy}(z) = A_{exc}^{yx}(z) = (L+D)^2 \quad \text{for } -D < z < D$$

$$A_{exc}^{xz}(z) = A_{exc}^{zx}(z) = A_{exc}^{yz}(z) = A_{exc}^{zy}(z) = 4D(L+D) \quad (4)$$

$$= A_{exc}^{zy}(z) = 4D(L+D) \quad \text{for } -\frac{L+D}{2} < z < \frac{L+D}{2},$$

همچنین سطح ممنوعه بین دو ذره استوانه‌ای شکل از روابط زیر به دست می‌آید [۳۶]:



شکل ۱. طرحواره سامانه‌های مورد بررسی و نمایش نحوه جهتگیری ذرات بین صفحات در مدل زوانزیگ. سمت چپ میله‌های مکعب مستطیل و سمت راست میله‌های استوانه‌ای را نشان می‌دهد.

## ۲. مدل نظری

مطالعه ساختار فازی میله‌ایی با سطح مقطع مربعی به بلندی  $L$  و سطح مقطع  $D \times D$  و میله‌های استوانه‌ای با بلندی  $L$  و قطر سطح مقطع  $D$  بین دو دیواره سخت موازی با جدایی  $H$  با استفاده از نظریه پارسونز- لی [۳۴ و ۳۵] و تقریب زوانزیگ که در آن ذرات تنها مجاز به قرار گرفتن در سه جهت  $x$ ,  $y$ ,  $z$  هستند (شکل ۱) مدنظر است.

بر هم کنش بین خود ذرات و دیواره با ذرات، دافعه سخت است یعنی ذرات مجاز به نفوذ به یکدیگر و هم پوشانی با دیوارهای محدود کننده نیستند. کسر انباشتگی  $\eta$  از چگالی‌های موضعی  $x$ ,  $y$  و  $z$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\eta = \frac{V}{V} \sum_{i=x,y,z} \int d\vec{r} \rho_i(\vec{r}) = \frac{A\eta}{AH} \sum_{i=x,y,z} \int dz \rho_i(z) = \frac{\eta}{H} \sum_{i=x,y,z} \int dz \rho_i(z), \quad (1)$$

که  $V$  حجم یک ذره،  $V$  حجم بین دیوارهای  $A$  مساحت دیوارهای محدود کننده و  $(z)_i$  چگالی موضعی در جهت  $i$  است. پارامتر کلیدی برای تقریب چگالی موضعی در سیالات

<sup>۱</sup>. Mole fraction

<sup>۲</sup>. Excluded area

$$\begin{cases} A_{exc}^{xy}(z) = A_{exc}^{yx}(z) \\ = 2LD + L + 2DQ_1(z) + \\ 2 \int_{Q_1(z)}^{D/2} Y(x) dx \quad \text{for } |z| \leq D/2 \\ A_{exc}^{xy}(z) = A_{exc}^{yx}(z) \\ = L + 2LQ_1(z) \\ + 2 \int_{-L}^{Q_1(z)} Y(x) dx \quad \text{for } D/2 \leq |z| < D \end{cases}, \quad (6)$$

$$Y(x) = \sqrt{\frac{D}{4}} - (\sqrt{\frac{D}{4}} - x^*) - |z|^*, \quad \text{که} \\ Q_1(z) = \sqrt{\frac{D}{4} - z^*} \quad \text{و} \quad Q_1(z) = \sqrt{\frac{D}{4} - (|z| - D/2)}$$

به منظور محاسبه چگالی در حالت تعادل، باید پتانسیل بزرگ مقیاس نسبت به تمام مؤلفه‌های چگالی کمینه شود یعنی  $\delta(\beta\Omega/A)/\delta\rho_k(z) = 0$

منجر به رابطه زیر

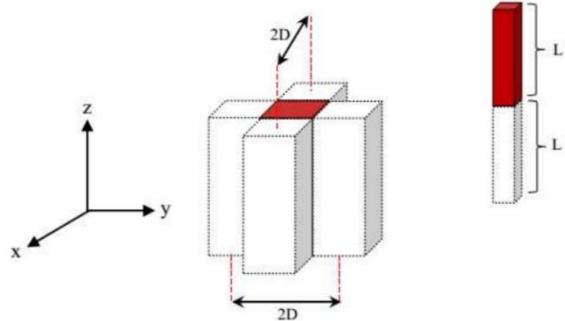
$$\begin{aligned} \ln \rho_k(z) + \beta V_{ext}^k(z) - \beta \mu \\ + \frac{1}{2} \frac{dc}{d\eta} \frac{v_i}{H} \sum_{i,j=x,y,z} \int dz_j \rho_i(z_j) \\ \int dz_\gamma \rho_j(z_\gamma) A_{exc}^{ij}(z - z_\gamma) \\ + c \sum_{i=x,y,z} \int dz_i \rho_i(z_i) A_{exc}^{ik}(z - z_i) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

می‌شود. با توجه به  $\frac{\delta\eta}{\delta\rho_k(z)} = \frac{v_i}{H}$  به دست آمده از معادله

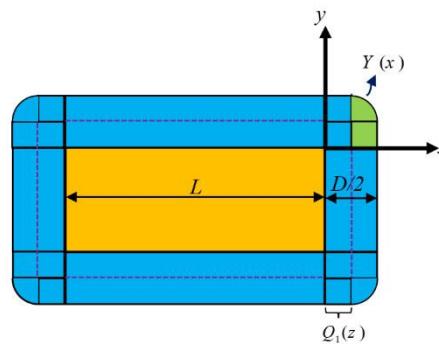
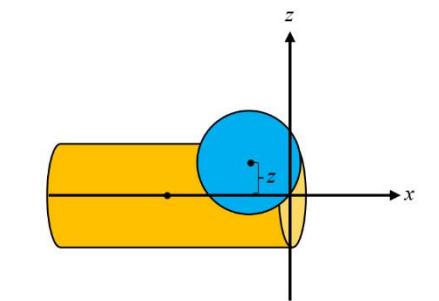
$$\frac{dc}{d\eta} = \frac{5 - 3\eta}{4(1-\eta)}. \quad \text{سرانجام معادلات حاکم داریم:} \quad (1)$$

بر چگالی به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \rho_k(z) \\ = \exp \left[ \beta\mu - \frac{1}{2} \frac{dc}{d\eta} \frac{v_i}{H} \right. \\ \left. \sum_{i,j=x,y,z} \int dz_j \rho_i(z_j) \int dz_\gamma \rho_j(z_\gamma) A_{exc}^{ij}(z - z_\gamma) \right] \\ \times \exp \left[ -\beta V_{ext}^k(z) - c \right. \\ \left. \sum_{i=x,y,z} \int dz_i \rho_i(z_i) A_{exc}^{ik}(z - z_i) \right], \end{aligned} \quad (8)$$



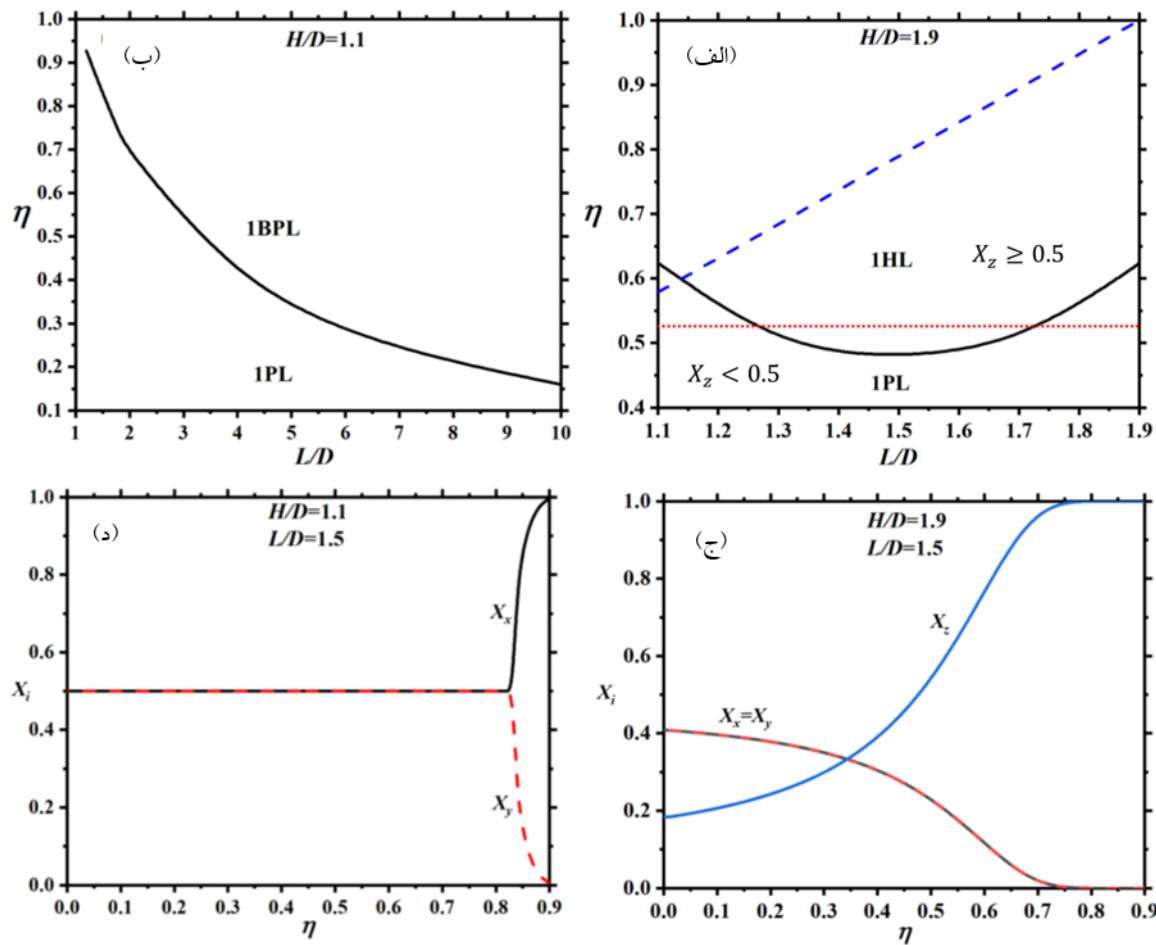
شکل ۲. نحوه محاسبه حجم ممنوعه بین دو میله مکعب مستطیل وقتی هر دو ذره در جهت z هستند که در آن یک ذره ثابت در نظر گرفته می‌شود و ذره دوم حول آن با حفظ جهت می‌چرخد و حجم جاروب شده بین مراکز جرم دو ذره به عنوان حجم ممنوعه خواهد بود. مساحت ممنوعه نیز مساحت حجم ذکر شده در صفحه x-y است.



شکل ۳. نحوه محاسبه حجم ممنوعه بین دو میله استوانه‌ای شکل وقتی یکی از ذرات در جهت x ثابت شده است و ذره دوم در جهت y قرار دارد و حول ذره اول می‌چرخد. حجم جاروب شده بین مراکز جرم دو ذره به عنوان حجم ممنوعه خواهد بود. مساحت ممنوعه نیز مساحت حجم ذکر شده در صفحه x-y است [۳۶].

$$A_{exc}^{xx}(z) = A_{exc}^{yy}(z) = 4L\sqrt{D^* - z^*} \quad (5)$$

for  $|z| \leq D$ ,



شکل ۴. (الف) نمودار تغییر فازهای ذرات مکعب مستطیل شکل مربوط به  $H/D = 1/9$  و  $L/D \leq 1/9$ . (ب) نمودار گذارفاز 1HL و 1PL مربوط به  $H/D = 1/1$  و  $L/D \leq 1/1$  که با این مقادیر گذارفاز دوم رخ می‌دهد و فاز سامانه از تک محوره به دو محوره تغییر می‌یابد. (ج) نمودار کسر مولی بر حسب افزایش  $\eta$  مربوط به  $L/D = 1/5$  و  $H/D = 1/9$  و (د) نمودار کسر مولی بر حسب افزایش  $\eta$  مربوط به  $L/D = 1/5$  و  $H/D = 1/1$ .

این حجم، یکی از ذرات ثابت در نظر گرفته می‌شود و ذره دوم با حفظ جهت و تماس با ذره اول، حول ذره ثابت حرکت داده می‌شود و با محاسبه فاصله مرکز جرم‌های این دو ذره، حجم ممنوعه قابل محاسبه خواهد بود.

شکل ۴. الف ساختارهای فازی ذرات مکعب مستطیل مربوط به فاصله صفحات  $H/D = 1/9$  و  $L/D < 1/9$  به  $1/1 \leq L/D \leq 1/9$  را نشان می‌دهد که در آن تنها یک لایه پلنار (1PL) یا یک لایه هومئوتروپیک (1HL) می‌تواند در منفذ تشکیل شود. در این شکل منحنی سیاه رنگ مرزی را نشان می‌دهد که در آن ساختار از 1PL به 1HL تغییر می‌کند. این تغییر ساختار یک انتقال فاز واقعی نبوده و آن را با استفاده از یافتن  $\eta$  ای که در

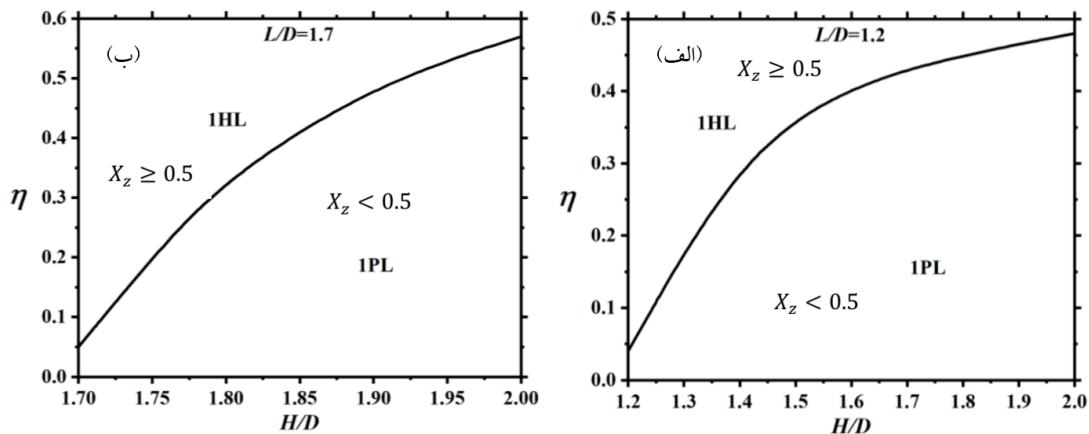
که این سه معادله خودسازگار جفت شده برای  $\rho_x$ ,  $\rho_y$  و  $\rho_z$  بوده و به صورت عددی با روش تکرار در پتانسیل شیمیایی مشخص حل می‌شوند.

### ۳. نتایج

شکل ۱ طرحواره‌ای از سامانه‌های مورد بررسی را نشان می‌دهد که در آن ذرات میله‌ای شکل بین دو صفحه قرار گرفته‌اند و مجاز به جهت‌گیری تنها در سه جهت  $x$  و  $y$  و  $z$  هستند. در شکل ۲ نحوه محاسبه حجم ممنوعه بین دو ذره مکعب مستطیل در جهت  $z$  و در شکل ۳ نحوه محاسبه حجم ممنوعه بین دو ذره استوانه‌ای در جهت  $x$  و  $y$  نشان داده شده است. برای محاسبه

دو محوره مرتبه دوم را نشان می‌دهند. باید دقت کرد که در این حالت هیچ ذرهای نمی‌تواند در راستای محور  $\zeta$  قرار گیرد و  $X_\zeta = 0$  برای مثال در شکل ۴. ب نمودار گذار فاز مربوط به  $H/D = 1/1$  و  $L/D \leq 1/10$  نمایش داده شده است. در این حالت میله‌ها نمی‌توانند فاز هومئوتروپیک تشکیل داده و فقط می‌توانند یک لایه پلنار تشکیل دهند اما با افزایش چگالی، این لایه پلنار گذار فاز نوع دوم تک محوره- دوم محوره را خواهد داشت. این امر از شکل ۴. د نیز مشخص می‌شود که در آن نمودار کسرهای مولی مربوط به  $X_x$  و  $X_y$  برای  $H/D = 1/1$  و  $L/D = 1/5$  بر حسب چگالی ترسیم شده‌اند. همانگونه که مشخص است در شکل ۵. الف و ۵. ب ترسیم شده‌اند. از این شکل‌ها مشخص است هیچ گونه انتقال فاز واقعی در چنین مافذی وجود ندارد. منحنی‌های این شکل‌ها مرزهای تقریبی را نشان می‌دهند که با افزایش چگالی آن ساختار به طور پیوسته و آرام از ۱HL به ۱HL تغییر می‌کند. همانطور که واضح است با افزایش فاصله صفحات، فاز ۱HL در چگالی‌های بالاتری پایدار می‌شود. در این بخش به بررسی رفتار میله‌های استوانه‌ای شکل می‌پردازیم که رفتار آنها در شکل‌های ۶ و ۷ ترسیم شده‌اند. در مجموع رفتار فازی آنها شبیه ذرات مکعب مستطیل است، هرچند تفاوت‌های مهمی نیز وجود دارند. در اینجا به بیان این تفاوت‌ها می‌پردازیم. تشکیل فاز هومئوتروپیک زیرخط قرمز رنگ (شکل ۶. الف) و در چگالی‌های پایین‌تر نسبت به ذرات مکعب مستطیل نشان از پایداری کمتر فاز پلنار و پایداری بسیار زیاد فاز هومئوتروپیک برای ذرات استوانه‌ای دارد. بنابراین فاز ۱HL سریع‌تر تشکیل می‌شود که علت این امر بزرگ‌تر بودن سطح ممنوعه ذرات استوانه‌ای شکل به نسبت ذرات مکعب مستطیل است؛ چرا که با بزرگ‌تر بودن سطح ممنوعه جمله دوم در معادله (۲) در رقابت با جمله اول زودتر

آن  $X_\zeta = 0/5$  ترسیم کرده‌ایم؛ یعنی چگالی‌ای که در آن تعداد ذرات در راستای محور  $\zeta$  بیش از ۵۰ درصد کل ذرات خواهد شد. همانگونه که مشخص است این تغییر ساختار یک نقطه کمینه در  $L/D = 1/5$  دارد، یعنی دو ناحیه گسترده از پایداری فاز پلنار وقتی که  $L/D \rightarrow 1/1$  و  $L/D \rightarrow 1/9$  وجود دارد. علت پایداری فاز پلنار در میله‌های بلندتر ناشی از این واقعیت است که فضای موجود ( $H-L$ ) در فاز هومئوتروپیک برای میله‌های بلندتر کاهش می‌یابد و بنابراین ساختار ۱HL در چگالی‌های بالاتر رخ می‌دهد، اما علت این امر برای ذرات کوتاه‌تر این است که برای  $L/D$  کوچک‌تر، فاز ۱HL برای تثبیت به چگالی بالاتری نیاز دارد. این بدان معناست که با افزایش چگالی فاز ۱HL در  $L/D = 1/5$  سریع‌تر رخ می‌دهد. خط نقطه چین قرمز رنگ حداقل کسر انشتگی ساختار ۱PL را نشان می‌دهد  $\eta_{\max}^{\text{PL}} = 1D/H = 1/1/9 \approx 0/53$  [۳۶]. تشکیل فاز هومئوتروپیک زیرخط قرمز رنگ در نواحی میانی حاکی از پایداری بسیار زیاد این فاز در این قسمت‌هاست. همانطور که آشکار است در برخی  $L/D$ ‌ها، مرز ۱PL-۱HL میله‌ها از این خط فراتر می‌رود. خط آبی رنگ خط چین در این شکل حداقل کسر انشتگی فاز ۱HL را نشان می‌دهد  $\eta_{\max}^{\text{HL}} = L/H = L/1/9$  [۳۶] که مرز پایداری این فاز است. همانگونه که واضح است انتقال فاز تک محوره- دوم محوره مرتبه دوم نیز در این نواحی رخ نمی‌دهد، و به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت جایی که تنها یک لایه پلنار یا یک لایه هومئوتروپیک از ذرات مکعب مستطیل می‌تواند در منافذ تشکیل شود (یعنی  $L/D < H/D < 2$ ) هیچگونه گذار فازی وجود ندارد. این امر در شکل ۴. ج نیز مشاهده می‌شود. در این شکل کسرهای مولی مربوط به  $L/D = 1/5$  (و  $H/D = 1/9$ ) بر حسب چگالی ترسیم شده‌اند. تغییرات آرام کسرهای مولی نشان دهنده عدم رخداد گذار فاز نوع اول است. به علاوه از آنجا که  $X_x = X_y$  گذار فاز تک محوره- دوم محوره نیز رخ نمی‌دهد، با کاهش فاصله بین صفحات به قدری که طول ذرات، بزرگ‌تر از فاصله بین صفحات باشد (یعنی  $H/D < L/D$ ، این میله‌ها انتقال فاز تک محوره-



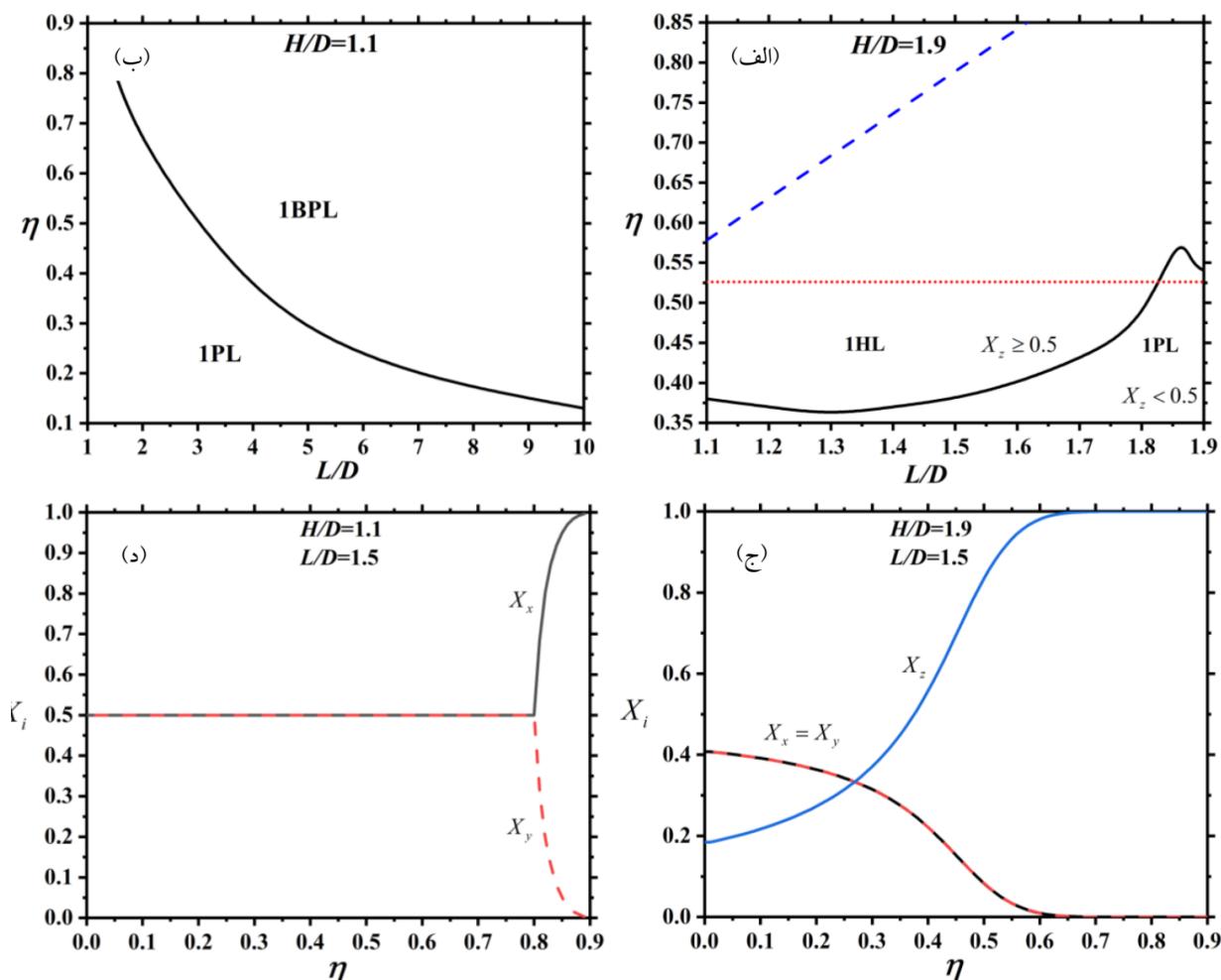
شکل ۵. (الف) نمودار تغییر فازهای ذرات مکعب مستطیل مربوط به  $L/D = 1/2$  و  $H/D \leq 2$  با این مقادیر هیچگونه گذار فازی دیده نمی‌شود و فاز ذرات به طور پیوسته از حالت پلنار به حالت هومئوتروپیک تغییر می‌کند که مرز تقریبی این رخداد با خط مشکی رنگ ترسیم شده است. (ب) نمودار تغییر فازهای  $L/D = 1/7$  و  $H/D \leq 2$  با این مقادیر نیز هیچگونه گذار فازی دیده نمی‌شود و فاز ذرات به طور پیوسته از حالت پلنار به حالت هومئوتروپیک تغییر می‌کند که مرز تقریبی این پدیده با خط مشکی رنگ ترسیم شده است.

گذارفاز همسانگرد-نماییک ذرات بیضی شکل و ذرات مستطیل شکل ته گرد<sup>۱</sup> دو بعدی در شبیه سازی‌های مونت کارلو گزارش شده است [۳۷ و ۳۸]. به علاوه در مطالعه نظری این گذارفاز با استفاده از نظریه انزاگر بر روی سامانه شبه دو بعدی مت Shank از ذرات استوانه‌ای شکل محدود بین دو دیواره، چنین رفتاری مشاهده شده است [۳۹].

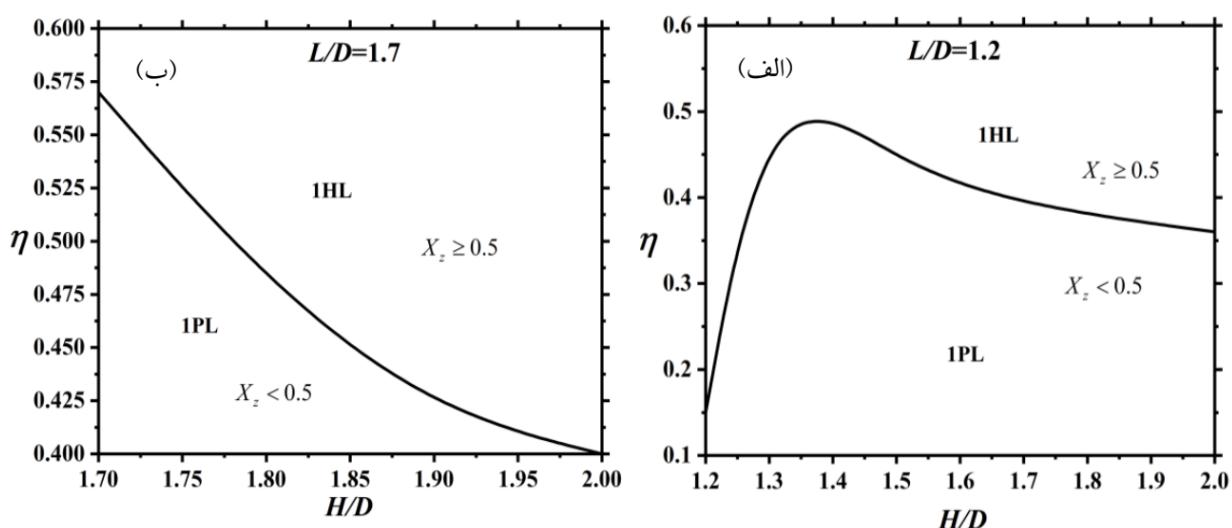
#### ۴. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی رفتار فازی میله‌هایی با سطح مقطع مربعی و میله‌هایی با سطح مقطع دایره‌ای در بین دو دیواره سخت با استفاده از نظریه پارسونز-لی و به کار بردن تقریب زوانتزیگ پرداختیم. با توجه به بررسی مقالات، نظریه پارسونز-لی نتایج بسیار خوبی برای سامانه‌های سه بعدی ارائه کرده است. تمرکز ما یافتن فاصله‌ای از صفحات ( $H$ ) و اندازه‌ای از ذرات است که در آنها فاز سامانه بدون رخداد گذارفاز تغییر می‌کند. مشخص شد در صورتی که فاصله صفحات از طول ذرات کوچک‌تر باشد برای هر ذره‌ای که نسبت طول ( $L$ ) آن به

برنده می‌شود و فاز جدید شکل می‌گیرد. مشاهده می‌شود که در شکل ۶. الف برای  $L/D \leq 1/9$  رفتار 1PL-1HL با افزایش  $L/D$  کاهشی می‌شود، اگرچه انتظار منطقی این است با توجه به کاهش فضای لازم برای فاز 1HL برای ذرات بلندتر، این فاز در چگالی‌های بالاتر خود را نشان بدهد و به طور مداوم با افزایش  $L/D$  افزایش یابد. چنین رفتاری در شکل ۷. الف مربوط به ذراتی با  $L/D = 1/2$  نیز مشاهده می‌شود. در اینجا نیز انتظار می‌رفت با افزایش فاصله صفحات، فاز 1HL در چگالی‌های بالاتری رخ دهد حال آن که پس از یک نقطه بیشینه در حوالی  $H/D \approx 1/35$ ، این فاز در چگالی‌های پایین‌تری رخ می‌دهد و با افزایش فاصله بین دو دیواره فاز 1HL سریع‌تر تشکیل می‌شود و تعداد ذرات کمتری برای تشکیل این فاز با بزرگ‌تر شدن این فاصله نیاز است. همچنین در شکل ۷. ب فاز 1HL برای فواصل بزرگ‌تر بین دیواره‌ها در چگالی کمتری رخ می‌دهد که خلاف انتظار است. بنابراین با افزایش اندازه این ذرات، عملاً نقطه بیشینه حذف می‌شود و تغییر 1PL به 1HL به طور یکنواخت با افزایش فاصله صفحات کاهش می‌یابد. چنین رفتاری در بررسی



شکل ۶. (الف) نمودار تغییر فازهای  $H/D = ۱/۹$  و  $۱/۱ \leq L/D < ۱/۹$  مربوط به میله‌های استوانه‌ای شکل. (ب) نمودار گذار فاز میله‌های استوانه‌ای شکل ۱PL و ۱HL مربوط به  $H/D = ۱/۱$  و  $۱/۱ < L/D \leq ۱۰$ . (ج) نمودار کسر مولی بر حسب افزایش  $\eta$  مربوط به  $H/D = ۱/۹$  و  $L/D = ۱/۵$  و (د) نمودار کسر مولی بر حسب افزایش  $\eta$  مربوط به  $H/D = ۱/۱$  و  $L/D = ۱/۵$ .



شکل ۷. (الف) نمودار تغییر فازهای  $L/D = ۱/۲$  و  $۱/۲ < H/D \leq ۲$  مربوط به میله‌های استوانه‌ای شکل و (ب) نمودار تغییر فازهای  $L/D = ۱/۷$  و  $۱/۷ < H/D \leq ۲$  مربوط به میله‌های استوانه‌ای شکل.

- برای  $H/D = 1/9$  و  $L/D < 1/9$  با افزایش بلندی ذرات، چگالی رخداد فاز  $1HL$  کاهش می‌یابد.
  - برای  $L/D = 1/2$  و  $H/D \leq 2$  فاصله صفحات چگالی رخداد فاز  $1HL$  کاهش می‌یابد.
  - برای  $L/D = 1/7$  و  $H/D \leq 2 < L/D < 1/7$  به طور کلی با افزایش فاصله صفحات چگالی رخداد فاز  $1HL$  کاهش می‌یابد.
- رفتارهای غیرمنتظره ذرات استوانه‌ای می‌تواند ناشی از عملکرد نامناسب نظریه پارسونز-لی برای ذرات استوانه‌ای در سامانه‌های شبیه دو بعدی باشد [۴۰] و یا واقعیتی فیزیکی که به نوبه خود قابل توجه خواهد بود. طبعاً برای ارائه نظر دقیق در این خصوص نیاز به مطالعات بیشتری با استفاده از نظریه‌های چون<sup>۱</sup> FMT و شبیه سازی‌های مولکولی است.

$D$  بیشتر از ۱ باشد گذارفاز مرتبه دوم رخ می‌دهد و بیشتر ذرات درجهت خاصی موازی با صفحات قرار می‌گیرند که چگالی رخداد این نوع گذارفاز با افزایش طول ذرات برای هر دو نوع ذره کاهش می‌یابد. همچنین در این مطالعه به این نتیجه رسیدیم در صورتی که فاصله بین صفحات از  $2D$  بزرگ‌تر و  $1D < L < 2D$  باشد علی‌رغم تغییر فاز سامانه، با افزایش چگالی ذرات هیچگونه گذارفازی برای این نوع ذرات رخ نمی‌دهد. برخلاف رفتارهای مشابهی که از ذرات میله‌ای شکل با سطوح مقطع مربعی و دایره‌ای که در بالا ذکر شدند تفاوت‌هایی نیز مشاهده شد و ذرات استوانه‌ای رفتارهایی دور از انتظار و متفاوت از خود نشان دادند که به طور خلاصه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

## مراجع

1. L Onsager, *Ann. N. Y. Acad. Sci.* **51** (1949) 627.
2. L Mederos, E Velasco, and Y Martínez-Ratón, *J. Phys. Condens. Matter.* **26** (2014) 463101.
3. H H Wensink and C Avendaño, *Phys. Rev. E.* **94** (2016) 62704.
4. G Cinacchi and S Torquato, *J. Chem. Phys.* **143** (2015) 224506.
5. A Chrzanowska, P I C C Teixeira, H Ehrentraut and D J Cleaver, *J. Phys. Condens. Matter.* **13** (2001) 4715.
6. R J Bushby and O R Lozman, *Curr. Opin. Colloid Interface Sci.* **7** (2002) 343.
7. P Huber, *J. Phys. Condens. Matter.* **27** (2015) 103102.
8. M M Piñeiro, A Galindo, and AO Parry, *Soft Matter* **3** (2007) 768.
9. P Poier, S A Egorov, C N Likos, and R Blaak, *Soft Matter* **12** (2016) 7983.
10. F Barmes and D J Cleaver, *Phys. Rev. E.* **69** (2004) 61705.
11. H Reich and M Schmidt, *J. Phys. Condens. Matter* **19** (2007) 326103.
12. L Bellier-Castella, D Caprion, and J P Ryckaert, *J. Chem. Phys.* **121** (2004) 4874.
13. M P Allen, *Mol. Phys.* **117** (2019) 2391.
14. M P Allen, *J. Chem. Phys.* **112** (2000) 5447.
15. L A Madsen, T J Dingemans, M Nakata, and E T Samulski, *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 145505.
16. G R Luckhurst, *Thin Solid Films* **393** (2001) 40.
17. H Mundoor, S Park, B Senyuk, H H Wensink, and I I Smalyukh, *Science* **360** (2018) 768.
18. R Alben, *J. Chem. Phys.* **59** (1973) 4299.
19. R Berardi, and C Zannoni, *J. Chem. Phys.* **113** (2000) 5971.
20. R A Skutnik, L Lehmann, S Püschel-Schlotthauer, G Jackson, and M Schoen, *Mol. Phys.* **117** (2019) 2830.
21. J C Eichler, R A Skutnik, A Sengupta, M G Mazza, and M Schoen, *Mol. Phys.* **117** (2019) 3715.
22. R Aliabadi, P Gurin, E Velasco, and S Varga, *Phys. Rev. E.* **97** (2018) 012703.
23. R van Roij, M Dijkstra, and R Evans, , *Europhys. Lett.* **49** (2000) 350.
24. R Aliabadi, M Moradi, and S Varga, *Phys. Rev. E* **92** (2015) 032503.
25. H Salehi, S Mizani, R Aliabadi, and S Varga, *Phys. Rev. E.* **98** (2018) 032703.
26. H H Wensink, H Löwen, M Marechal, A Härtel, R Wittkowski, U Zimmermann, A Kaiser, and A M Menzel, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **222** (2013) 3023.
27. A Leferink op Reinink, E van Den Pol, A V Petukhov, G J Vroege, and H N W Lekkerkerker, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **222** (2013) 3053.
28. E Basurto, P Gurin, S Varga, and G Odriozola, *Phys. Rev. Res.* **2** (2020) 13356.
29. J M Kosterlitz and D J Thouless, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **6** (1973) 1181.
30. D Frenkel and R Eppenga, *Phys. Rev. A* **31** (1985) 1776.

<sup>1</sup>. Fundamental measure theory

31. R Zwanzig, *J. Chem. Phys.* **39** (1963) 1714.
32. H Reich, M Dijkstra, R van Roij, and M Schmidt, *J. Phys. Chem. B* **111** (2007) 7825.
33. M Dijkstra, R van Roij, and R Evans, *Phys. Rev. E* **63** (2001) 517031.
34. G. Rickayzen, *Mol. Phys.* **95** (1998) 393.
35. L Scolari, T T Alkeskjold, J Riischede, A Bjarklev, D S Hermann, M D Nielsen, and P Bassi, *Opt. Express* **13** (2005) 7483.
36. J D Parsons, *Phys. Rev. A* **19** (1979) 1225.
37. S Lee, *J. Chem. Phys.* **89** (1988) 7036.
38. R Aliabadi, S Nasirimoghadam, and H H Wensink, *Phys. Rev. E* **105** (2022) 064704.
39. J A Cuesta and D Frenkel, *Phys. Rev. A* **42** (1990) 2126.
40. M A Bates and D Frenkel, *J. Chem. Phys.* **112** (2000) 10034.
41. P Gurin, G Odriozola, and S Varga, *New J. Phys.* **23** (2021) 063053.
42. R Aliabadi, *Iran. J. Phys. Res.* **22** (2023) 911.