

پراکندگی نور همدوس چلانده از متامواد با ضریب شکست منفی و متامواد هذلولوی

مریم نصری نصرآبادی^۱، احسان عموقربان^۲ و علی مهدی فر^{۳،۴}

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۲. مرکز تحقیقات نانو تکنولوژی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

۳. گروه فیزیک، دانشکده فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

۴. گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی، دانشگاه اصفهان، اصفهان

پست الکترونیکی: ehsan.amooghorban@sku.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۷/۰۸؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۸/۱۱/۲۵)

چکیده

در این مقاله با به کار بردن روابط کوانتومی ورودی-خروجی برای یک تیغه ناهمسانگرد به بررسی چلانده کوادراتوری و پارامتر مندل حالت همدوس چلانده عبوری از یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی و همچنین یک تیغه متاماده هذلولوی می پردازیم. نشان داده خواهد شد که ویژگی های غیر کلاسیکی حالت مزبور در عبور از یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی به شدت کاهش می یابد، در حالی که تیغه متاماده هذلولوی در ناحیه ای که ضریب جذب کوچک دارد تا حدودی ویژگی های غیر کلاسیکی نور چلانده فرودی را حفظ می کند.

واژه های کلیدی: متامواد هذلولوی، نور چلانده، چلانده کوادراتوری، پارامتر مندل

۱. مقدمه

نور حرکت کنند. البته، ویژگی های الکترومغناطیسی منحصر به فردی، مانند تک قطبی مغناطیسی، وجود دارند که اگرچه قاعده فیزیکی خاصی برای منع آنها وجود ندارد اما در طبیعت نیز یافت نمی شوند. یکی از روش های ایجاد این ویژگی های الکترومغناطیسی جدید، استفاده از متامواد است. متامواد ساختارهایی مصنوعی هستند که از اجزای فلزی زیر طول موجی ساخته شده و در یک محیط مادی میزبان گنجانده شده اند. در سال های اخیر پیشرفت های شگرفی در حوزه فناوری و ساخت متامواد رخ داده، به طوری که امکان

بیشتر پدیده های الکترومغناطیسی ناشی از برهم کنش ماده و میدان الکترومغناطیسی است. با این حال، امکان دستکاری میدان الکترومغناطیسی با به کار بردن ساختارهای هندسی و مواد ویژه جهت فراهم کردن کارایی های الکترومغناطیسی جدید و منحصر به فرد وجود دارد. بعضی از قیدهای فیزیکی مانع از فراهم شدن برخی ویژگی های الکترومغناطیسی می شوند به عنوان نمونه، در هیچ محیط مادی تپ های نوری نمی توانند با سرعت بیشتر از سرعت

چلانندگی کوادراتوری و پارامتر مندل نور چلاننده عبوری از این تیغه‌ها می‌پردازیم.

۲. متامواد با ضریب شکست منفی و متامواد

هذلولوی

۱.۲. متامواد با ضریب شکست منفی

برای نخستین بار ویکتور وسلایگو به طور فرضی وجود موادی با ضریب شکست منفی را مطرح و نتایج فیزیکی کاملاً متفاوت و جالبی را برای این مواد پیشگویی کرد [۳]. با این وجود، به دلیل نبود موادی طبیعی با این ویژگی، این موضوع تا مدت‌ها به عنوان یک فرضیه باقی ماند. در سال ۱۹۹۶ پندری پیشنهاد کرد که با استفاده از ساختارهای ناهمگنی که در مقابل عبور موج، همانند یک مدار بازآواگر LC عمل می‌کنند، ساخت این مواد امکان‌پذیر است [۴]. پس از آن، در سال ۲۰۰۰ اسمیت و همکارانش برای اولین بار یک متاماده با ضریب شکست منفی ساختند [۵]. آنها با ترکیب واحدهای متصل به هم از سیم‌های نازک و حلقه‌های مسی موفق به ساخت ماده‌ای با ضریب شکست منفی شدند. به دنبال آن، متامواد به شدت مورد توجه پژوهشگران و دانشمندان قرار گرفته‌اند به گونه‌ای که در ساخت و طراحی عدسی‌های کامل و پوشش‌های ناپدید کننده نیز به کار گرفته می‌شوند [۴].

با توجه به منفی بودن ضریب شکست تیغه متاماده در برخی از بازه‌های بسامدی، ضریب شکست در این مواد به صورت زیر تعریف می‌شود [۶]:

$$n(\omega) = \sqrt{(|\varepsilon||\mu|)} \exp[i(\arg \varepsilon + \arg \mu) / 2]. \quad (1)$$

در اینجا، شرط منفی شدن ضریب شکست به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\arg \varepsilon + \arg \mu > \pi. \quad (2)$$

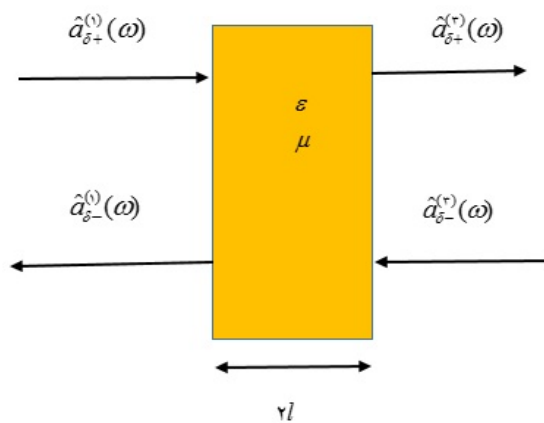
۲.۲. متامواد با ضریب شکست هذلولوی

متامواد هذلولوی، مواد ناهمسانگرد تک‌محوری هستند که تانسور گذردهی الکتریکی‌شان به شکل

ساخت مواد با ضریب شکست مثبت دلخواه، مواد با گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی نزدیک صفر و حتی مواد با ضریب شکست منفی نیز فراهم شده است [۱]. در متامواد با ضریب شکست منفی، پارامترهای گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی باید به طور همزمان منفی شوند. امروزه ساخت متامواد با ضریب شکست منفی در گستره وسیعی از بسامدها امکان‌پذیر شده است.

اخیراً دسته‌ای دیگر از متامواد با عنوان متامواد هذلولوی جایگاه بسیار مهمی در حوزه اپتیک و فوتونیک پیدا کرده‌اند. نام این مواد نشأت گرفته از هذلولوی بودن نمودار پاشندگی آنها است [۲]. از جمله ویژگی‌های مهم این مواد، ایجاد میدان‌های نزدیک در نتیجه برانگیختگی موج‌های سطحی از قبیل پلاسمون‌های سطحی است. از آنجایی که پلاسمون‌های سطحی، نوسانات الکترون‌های محدود شده در سطح مشترک فلز و دی‌الکتریک هستند و از طرف دیگر متامواد هذلولوی معمولاً از چند لایه‌ای‌های نازک از جنس فلز و دی‌الکتریک ساخته می‌شوند، از این رو متامواد هذلولوی قابلیت تقویت هر دو موج منتشر شونده و ناپایا را دارند. علاوه بر این، این مواد یک میدان الکترومغناطیسی با مؤلفه بردار موج عرضی خیلی بزرگ را به صورت منتشر شونده، هدایت می‌کنند؛ در صورتی که همین میدان در محیط‌های معمولی به صورت ناپایا منتشر می‌شود.

با وجود ویژگی‌های منحصر به فرد متامواد با ضریب شکست منفی و همچنین متامواد هذلولوی، تا به حال این مواد در حوزه اپتیک کوانتومی به ندرت بررسی شده‌اند. از این رو، در این پژوهش قصد داریم به مطالعه اپتیک کوانتومی این دو دسته از متامواد بپردازیم. بدین منظور، اثرات پاشندگی، اتلافی و گرمایی یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی و همچنین یک تیغه متاماده هذلولوی را بر ویژگی‌های غیر کلاسیکی نورهای کوانتومی عبوری از آنها بررسی می‌کنیم. نور کوانتومی فرودی را یک حالت همدوس چلاننده در نظر گرفته و فرض می‌کنیم که عمود بر تیغه فرود می‌آید. سپس با الگوسازی ویژگی‌های اتلافی و پاشندگی این تیغه‌ها با الگوی درود-لورنتس، به بررسی عددی



شکل ۱. تیغه مغناطودی الکتریک با ضخامت $2l$ بر حسب عملگرهای فرودی و خروجی.

تراوایی مغناطیسی برای این تیغه به صورت زیر است:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \circ & \circ \\ \circ & \varepsilon_{yy} & \circ \\ \circ & \circ & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\underline{\underline{\mu}}(\omega) = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \circ & \circ \\ \circ & \mu_{yy} & \circ \\ \circ & \circ & \mu_{zz} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

پارامترهای اپتیکی بالا بیانگر یک ماده ناهمسانگرد دو محوری است. اگر درایه‌های قطری تانسورهای بالا برابر باشند آنگاه رابطه‌های بالا بیانگر تابع‌های گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی یک ماده همسانگرد هستند. با به کار بردن رهیافت پدیده شناختی در کوانتس میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده [۱۰]، نخست معادلات ماکروسکوپی ماکسول را نوشته و عملگرهای قطبش و مغناطش نوفه که وابسته به ویژگی‌های اتلافی بخش الکتریکی و مغناطیسی ماده هستند را به معادلات ساختمندی اضافه می‌کنیم. سپس با ترکیب این رابطه‌ها به معادله موج می‌رسیم. با حل معادله موج، عملگرهای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بر حسب عملگرهای بوزونی‌ای نوشته می‌شوند که توصیف کننده برانگیختگی‌های الکتریکی و مغناطیسی ماده و میدان هستند. در نهایت با اعمال شرایط مرزی روی مؤلفه‌های مماسی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی در فصل مشترک تیغه و خلأ، $z = \pm l$ ، ماتریس پراکندگی برای دو قطبش خطی در راستای محورهای x و y به صورت زیر بیان می‌شود [۱۰]:

ماتریس $\begin{bmatrix} \varepsilon_{\perp} & \circ & \circ \\ \circ & \varepsilon_{\perp} & \circ \\ \circ & \circ & \varepsilon_{\parallel} \end{bmatrix}$ نوشته می‌شود. این مواد بر اساس

علامت مؤلفه‌های تانسور گذردهی الکتریکی خود به دو نوع یک و دو تقسیم‌بندی می‌شوند [۷]. یک متاماده هذلولوی، نوع یک نامیده می‌شود اگر تنها یکی از درایه‌های تانسور گذردهی الکتریکی اش منفی باشد (یعنی $\varepsilon_{\parallel} < 0$). این مواد اثرات اتلافی کمی داشته ولی در عمل ساخت چنین موادی بسیار دشوار است. بر طبق تعریف، اگر تانسور گذردهی الکتریکی شامل دو درایه منفی (یعنی $\varepsilon_{\perp} < 0$) باشد نیز به این مواد متامواد هذلولوی نوع دو گفته می‌شود.

معمولاً متامواد هذلولوی به صورت مصنوعی ساخته می‌شوند. ولی در برخی از مواد طبیعی نیز ویژگی‌های متامواد هذلولوی مشاهده شده است [۸]. برای ساخت این مواد در ابتدا باید پارامتر گذردهی الکتریکی در یک یا دو بعد منفی شود. روش انجام این کار به سال‌های قبل از سال ۱۹۶۰ برمی‌گردد که در آن گذردهی الکتریکی با محدود شدن یک بعدی حرکت پلاسمای الکترون مغناطیسی توسط میدان الکتریکی ثابت، منفی می‌شود [۹]. ولی استفاده از این روش در آن زمان با توجه به محدودیت‌های فناوری بسیار دشوار بوده است. با این وجود در سال‌های اخیر با توجه به پیشرفت‌های رخ داده در حوزه فناوری نانو امکان استفاده از این رهیافت فراهم شده است. به طور کلی، دو روش برای ساخت متامواد هذلولوی وجود دارد: در روش اول از لایه‌های متناوب از جنس فلز و دی‌الکتریک با ضخامت‌های بسیار کوچک‌تر از طول موج استفاده می‌شود [۲]. در روش دیگر نیز، از یک ساختار متشکل از نانو سیم‌ها استفاده می‌گردد [۲].

۳. روابط ورودی - خروجی برای تیغه مغناطودی

الکتریک ناهمسانگرد

در این بخش به طور مختصر روابط کوانتومی ورودی - خروجی را برای یک تیغه مغناطودی الکتریک ناهمسانگرد به ضخامت $2l$ که در خلأ قرار دارد، مطابق شکل ۱، بررسی می‌کنیم. فرض می‌کنیم که تانسور گذردهی الکتریکی و

شکست امواجی هستند که در جهت‌های $\hat{o} = (1, 0, 0)^T$ و $\hat{e} = (0, -1, 0)^T$ منتشر می‌شوند. همچنین مدهای خروجی از تیغه در رابطه جابه‌جایی زیر صدق می‌کنند:

$$[\hat{a}_{\sigma-}^{(l)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma-}^{(l)\dagger}(z', \omega')] = [\hat{a}_{\sigma+}^{(r)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma+}^{(r)\dagger}(z', \omega')] \quad (۱۳)$$

$$= \delta(\omega - \omega') \delta(z - z') \delta_{\sigma\sigma'}$$

$$[\hat{a}_{\sigma-}^{(l)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma+}^{(r)\dagger}(z', \omega')] = 0, \quad (۱۴)$$

$$[\hat{a}_{\sigma+}^{(r)}(z, \omega), \hat{a}_{\sigma-}^{(l)\dagger}(z', \omega')] = 0.$$

در حالت حدی که درایه‌های قطری تانسورهای (۳) و (۴) با هم برابر هستند رابطه‌های بالا برای یک تیغه مغناطودی‌الکتریک همسانگرد قابل استفاده هستند. از این ضرایب عبور و بازتاب حدی می‌توان برای پراکندگی نور از یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی نیز استفاده کرد. بدین منظور، با مساوی قرار دادن درایه‌های قطری تانسورهای گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی به روابط زیر می‌رسیم:

$$R_S(\omega) = \frac{[e^{ri\omega l/c} - 1][n^r(\omega) - \mu^r] e^{-ri\omega l/c}}{[\mu + n(\omega)]^r - [\mu - n(\omega)]^r e^{ri\omega l/c}}, \quad (۱۵)$$

$$T_S(\omega) = \frac{rn(\omega)\mu e^{-ri\omega l/c} e^{ri\omega l/c}}{[\mu + n(\omega)]^r - [\mu - n(\omega)]^r e^{ri\omega l/c}}, \quad (۱۶)$$

که در آن ضریب شکست تیغه توسط رابطه (۱) بیان می‌شود. با توجه به این که تیغه‌های متاماده هذلولوی، تیغه‌های دی‌الکتریک تک محوری هستند، با قرار دادن درایه‌های قطری تانسور تراوایی مغناطیسی (۴) برابر واحد و همچنین با فرض این که درایه‌های قطری تانسور (۳) به صورت $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy}, \epsilon_{xx}, \epsilon_{zz} < 0$ باشند، ضرایب عبور و بازتاب (۹) تا (۱۲) به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$R_x = e^{-ri\omega l/c} \frac{(e^{ri\omega l/c} - 1)(n(\omega)^r - 1)}{[1 + n(\omega)]^r - [1 - n(\omega)]^r e^{ri\omega l/c}}, \quad (۱۷)$$

$$T_x = \frac{rn(\omega) e^{ri\omega l/c} e^{-ri\omega l/c}}{[1 + n(\omega)]^r - [1 - n(\omega)]^r e^{ri\omega l/c}}, \quad (۱۸)$$

که در آن $n_o = n_e = n(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)}$ است. ضرایب بالا برای قطبش y نیز مشابه قطبش x است. بنابراین قطبش نور در فرود عمود بر تیغه متاماده هذلولوی اهمیت ندارد. در ادامه، پارامتر چلانندی و پارامتر مندل را برای نور همدوس چلانده عبوری از تیغه‌های متاماده با ضریب شکست منفی و هذلولوی به دست می‌آوریم.

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma-}^{(l)}(-l, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma+}^{(r)}(l, \omega) \end{pmatrix} = T_\sigma \begin{pmatrix} \hat{a}_{\sigma+}^{(l)}(-l, \omega) \\ \hat{a}_{\sigma-}^{(r)}(l, \omega) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{F}_{\sigma-}(\omega) \\ \hat{F}_{\sigma+}(\omega) \end{pmatrix}. \quad (۵)$$

در اینجا، عملگرهای نابودی $\hat{a}_{\sigma\pm}^{(l)}(z, \omega)$ و $\hat{a}_{\sigma\pm}^{(r)}(z, \omega)$ به ترتیب بیانگر مدهای تابشی فرودی و خروجی بر تیغه در نواحی $-\infty \leq z \leq -l$ و $l \leq z \leq +\infty$ بوده، $\sigma = x, y$ ، علامت‌های (+) و (-) به ترتیب بیانگر مدهای تابشی هستند که به سمت راست یا چپ تیغه منتشر می‌شوند. در شکل ۱، طرح‌واره‌ای از تیغه مغناطودی‌الکتریک با ضخامت $2l$ بر حسب عملگرهای فرودی و خروجی نشان داده شده است.

در رابطه (۵) عملگرهای $\hat{F}_{\sigma\pm}(\omega)$ بیانگر نوفه‌های کوانتومی هستند که روابط زیر را برآورده می‌کنند:

$$\langle F | \hat{F}_{\sigma\pm}^\dagger(\omega) | F \rangle = \langle F | \hat{F}_{\sigma\pm}(\omega) | F \rangle = 0, \quad (۶)$$

$$\langle F | \hat{F}_{\sigma\pm}^\dagger(\omega) \hat{F}_{\sigma\pm}(\omega') | F \rangle = n(\omega, T) [1 - |R_\sigma(\omega)|^r - |T_\sigma(\omega)|^r], \quad (۷)$$

$$[\hat{F}_{\sigma\pm}(\omega), \hat{F}_{\sigma\pm}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega') [1 - |R_\sigma(\omega)|^r - |T_\sigma(\omega)|^r]. \quad (۸)$$

در اینجا، کت $|F\rangle$ توصیف کننده حالت تیغه، در اینجاست که $n(\omega, T) = [\exp(\hbar\omega / k_B T) - 1]^{-1}$ فوتون‌های گرمایی و \hbar ، k_B و T به ترتیب ثابت پلانک تقسیم بر 2π ، ثابت بولتزمن و دمای تیغه مغناطودی‌الکتریک هستند. درایه‌های ماتریس $T_\sigma = \begin{pmatrix} T_{1,\sigma} & T_{1,r,\sigma} \\ T_{r,1,\sigma} & T_{r,r,\sigma} \end{pmatrix}$ نیز بیانگر ضرایب عبور و بازتاب از تیغه مغناطودی‌الکتریک ناهمسانگرد هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۰]:

$$T_{1,x}^{(1)} = e^{-ri\omega l/c} \frac{(e^{ri\omega l/c} - 1)(n_{o,r}^r - (\kappa_{yy})^{-r})}{[(\kappa_{yy})^{-1} + n_{o,r}]^r - [(\kappa_{yy})^{-1} - n_{o,r}]^r e^{ri\omega l/c}} \quad (۹)$$

$$= T_{r,x}^{(1)} = R_x,$$

$$T_{1,r,x}^{(1)} = \frac{rn_{o,r}(\kappa_{yy})^{-1} e^{ri\omega l/c} e^{-ri\omega l/c}}{[(\kappa_{yy})^{-1} + n_{o,r}]^r - [(\kappa_{yy})^{-1} - n_{o,r}]^r e^{ri\omega l/c}} \quad (۱۰)$$

$$= T_{r,x}^{(1)} = T_x,$$

$$T_{1,y}^{(1)} = e^{ri\omega l/c} \frac{(e^{ri\omega l/c} - 1)(n_{e,r}^r - (\kappa_{xx})^{-r})}{[(\kappa_{xx})^{-1} + n_{e,r}]^r - [(\kappa_{xx})^{-1} - n_{e,r}]^r e^{ri\omega l/c}} \quad (۱۱)$$

$$= T_{r,y}^{(1)} = R_y,$$

$$T_{1,r,y}^{(1)} = \frac{rn_{e,r}(\kappa_{xx})^{-1} e^{ri\omega l/c} e^{-ri\omega l/c}}{[(\kappa_{xx})^{-1} + n_{e,r}]^r - [(\kappa_{xx})^{-1} - n_{e,r}]^r e^{ri\omega l/c}} \quad (۱۲)$$

$$= T_{r,y}^{(1)} = T_y.$$

در روابط بالا $\kappa_{yy}^{-1} = \mu_{yy}$ ، $n_o = \sqrt{\epsilon_{xx} \kappa_{yy}^{-1}}$ و $n_e = \sqrt{\mu_{xx} \epsilon_{yy}}$ به ترتیب بیانگر ضریب

که در آن از تعریف $\langle \hat{A}, \hat{B} \rangle \equiv \langle \hat{A}, \hat{B} \rangle - \langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle$ استفاده شده است. اکنون با استفاده از روابط موجود برای همبستگی‌های کوانتومی نورهای چلانده [۱۲]، خواهیم داشت:

$$\langle \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega), \hat{a}_{Rr}(\omega') \rangle = \delta(\omega - \omega') |T(\omega)|^r \sinh^r \xi(\omega) + \langle \hat{F}^\dagger(\omega) \hat{F}(\omega') \rangle, \quad (25)$$

$$\langle \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega), \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega') \rangle = 1/2 \delta(\omega + \omega' - 2\Omega) (-T^{*r}(\omega) \sinh^r \xi(\omega) e^{-i\phi_\xi(\omega)}). \quad (26)$$

با جایگذاری رابطه‌های (۲۵) و (۲۶) در رابطه (۲۴) و انجام محاسبات طولانی به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\langle \Delta E^r \rangle = 1+r \left\{ n(\omega, T) - n(\omega, T) |R(\omega)|^r + |T(\omega)|^r [\sinh^r \xi - n(\omega, T)] \right\} - \text{Re} [e^{i\phi_{LO}} T^{*r} e^{-i\phi_\xi} \sinh^r \xi]. \quad (27)$$

اکنون با در دست داشتن رابطه بالا به راحتی می‌توان چلانده‌گی حالت عبوری از تیغه را محاسبه کرد. اگر پارامتر چلانده‌گی $\langle \Delta E^r \rangle^{-1}$ منفی شود، حالت عبوری خاصیت چلانده‌گی از خود نشان می‌دهد و در غیر این صورت، نور عبوری دیگر دارای خاصیت چلانده‌گی نیست [۱۳ و ۱۴].

۱.۴. پارامتر چلانده‌گی برای نور همدوس چلانده عبوری

از یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی

در این قسمت قصد داریم واریانس (۲۷) را برای نور همدوس چلانده عبوری از یک تیغه با ضریب شکست منفی بررسی کنیم. با استفاده از الگوی لورنتس گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی تیغه را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^r}{\omega(\omega + i\gamma_e)}, \quad (28)$$

$$\mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^r}{\omega^r - \omega_m^r + i\gamma_m\omega}, \quad (29)$$

که در آن F ضریب پرشدگی بوده و γ_e و γ_m به ترتیب ضرایب میرایی بخش الکتریکی و مغناطیسی تیغه هستند. در شکل ۲، با جایگذاری رابطه‌های (۱)، (۲۸) و (۲۹) در رابطه (۲۷)، نمودار چلانده‌گی برای نور همدوس چلانده عبوری از یک تیغه با ضریب شکست منفی بر حسب پارامترهای بدون بعد ω/ω_p و $\hbar\omega_p/k_B T$ رسم شده است. ضریب

۴. چلانده‌گی کوادراتوری

یکی از پارامترهای مورد نیاز برای بررسی اثرات اتلافی یک تیغه مغناطودی الکتریک بر حالت‌های کوانتومی عبوری از آن، پارامتر چلانده‌گی است. بدین منظور، حالت فرودی از سمت چپ تیغه را یک حالت همدوس چلانده $|R\rangle = |\alpha, \xi(\omega)\rangle$ و حالت فرودی از سمت راست را حالت خلأ کوانتومی $|L\rangle = |0\rangle$ در نظر می‌گیریم. با قرار دادن یک آشکارساز هموداین^۱ در سمت راست تیغه، می‌توان میزان چلانده‌گی نور عبوری از تیغه را بررسی کرد. بدین منظور نخست عملگر زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\hat{O} = i \int_{t_0}^{t_0+T_0} dt \left\{ \hat{a}_{Rr}^\dagger(t) \hat{a}_{LO}(t) - \hat{a}_{Rr}(t) \hat{a}_{LO}^\dagger(t) \right\}, \quad (19)$$

که در آن آشکارساز در زمان t_0 تا $t_0 + T_0$ عمل می‌کند. \hat{a}_{LO} عملگر نوسانگر موضعی نامیده شده و فرض می‌شود که در حالت همدوس $\{|\alpha_{LO}\rangle\}$ مهیا شده باشد که در آن داریم:

$$\alpha_{LO}(t) = F_{LO}^{1/2} \exp\{i\phi_{LO} - i\omega_{LO}t\}. \quad (20)$$

در اینجا، F_{LO} شار فوتونی، ϕ_{LO} فاز و ω_{LO} بسامد میدان نوسانگر موضعی است. زمانی که شدت میدان نوسانگر موضعی از شدت میدان فرودی به آشکار ساز بسیار قوی‌تر باشد، رابطه (۱۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۱]:

$$\hat{O}_{LO} = (F_{LO} T_0)^{1/2} \hat{E}(\phi_{LO}, \omega_{LO}), \quad (21)$$

که در آن داریم:

$$\hat{E}(\phi_{LO}, \omega_{LO}) = \left[\frac{e^{i\phi_{LO}}}{\sqrt{r\pi T_0}} \int_0^\infty d\omega \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) e^{i(\omega - \omega_{LO})t_0} \zeta(\omega - \omega_{LO}) + H.c. \right], \quad (22)$$

و

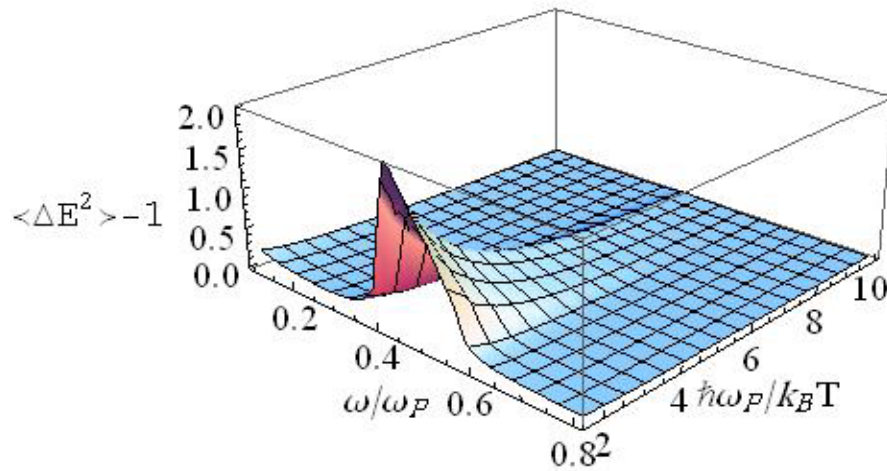
$$\zeta(\omega - \omega_{LO}) = \frac{e^{i(\omega - \omega_{LO})T_0} - 1}{\omega - \omega_{LO}}. \quad (23)$$

از این رو، واریانس میدان الکتریکی در سمت راست تیغه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\langle [\Delta \hat{E}(\phi_{LO}, \omega_{LO})]^r \rangle = \frac{1}{r\pi T_0} \int_0^\infty d\omega |\zeta(\omega - \omega_{LO})|^r \quad (24)$$

$$+ \frac{1}{\pi T_0} \int_0^\infty d\omega' \int_0^\infty d\omega \left\{ \langle \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega), \hat{a}_{Rr}(\omega') \rangle \zeta(\omega - \omega_{LO}) \zeta^*(\omega' - \omega_{LO}) e^{-i(\omega' - \omega)(t_0 + T_0)} + \text{Re} \left[\langle \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega), \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega') \rangle e^{i\phi_{LO}} \zeta(\omega - \omega_{LO}) \zeta(\omega' - \omega_{LO}) e^{-i(\omega' + \omega - 2\omega_{LO})(t_0 + T_0)} \right] \right\},$$

۱. Homodyne detector



شکل ۲. پارامتر چلانندگی $\langle \Delta E^2 \rangle - 1$ برای نور همدوس چلاننده عبوری از یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی بر حسب دمای بدون بعد $\hbar\omega_p/k_B T$ و بسامد بدون بعد ω/ω_p که در آن $\omega_s = 0.4$ ، $F = 0.5$ ، $\gamma_e = \gamma_m = 0.01$ ، $\xi = 0.2$ و $\varphi_\xi = 2\varphi_{LO} - 5$ و $\omega_p l/c = 2\pi \times 5/31$ است.

می‌شود [۱۵]:

$$\varepsilon_{Ag} = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\tau^{-1})}, \quad (30)$$

که در آن، ε_∞ گذردهی الکتریکی نقره در حالت ایستا، τ زمان میانگین برخورد الکترون‌ها با مغزهای یونی شبکه بوده و ω_p بسامد پلاسمای نقره است. اکسید تیتانیوم نیز در ناحیه مرئی یک ماده شفاف است و گذردهی الکتریکی آن به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۵]:

$$\varepsilon_{TiO_2} = 5.913 + \frac{0.2441}{(1.02\lambda^2) - 0.0103}. \quad (31)$$

اکنون با در دست داشتن پارامترهای مادی بالا، گذردهی الکتریکی مؤثر متاماده هذلولوی دو لایه‌ای از جنس نقره و اکسید تیتانیوم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_\perp = f\varepsilon_{Ag} + (1-f)\varepsilon_{TiO_2}, \quad (32)$$

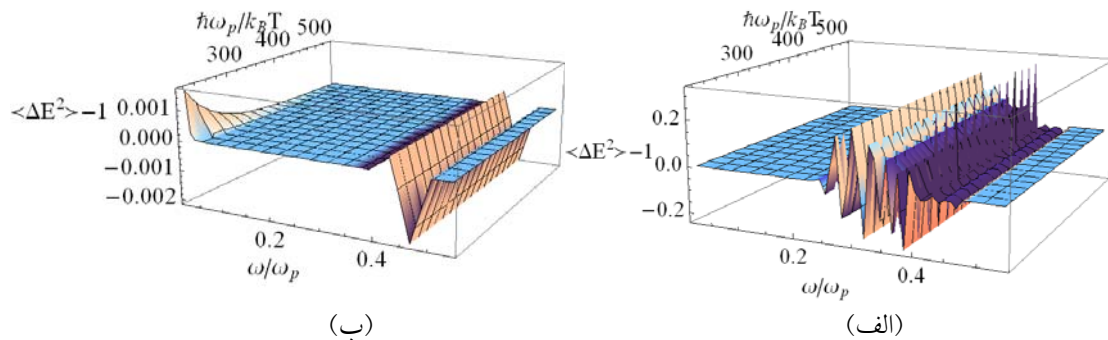
$$\varepsilon_{||} = \frac{\varepsilon_{Ag}\varepsilon_{TiO_2}}{f + \varepsilon_{TiO_2} + (1-f)\varepsilon_{Ag}}, \quad (33)$$

که در آن $f = 0.35$ ضریب پرشدگی است. با به کاربردن پارامترهای مادی $\varepsilon_\infty = 7/3$ ، $\tau = 0.45 \times 10^{-14}$ s و $\omega_p = 1/4 \times 10^{16}$ rad/s که در مرجع [۱۵] معرفی شده‌اند، متاماده مزبور، در بسامدهای کمتر از بسامد $\omega_{ENZ}/\omega_p = 0.25$ که گذردهی الکتریکی در این بسامد نزدیک صفر است، به عنوان متاماده هذلولوی نوع دو رفتار می‌کند. در بازه بسامدی $0.25 < \omega/\omega_p < 0.36$ تیغه متاماده

شکست تیغه مزبور در بازه بسامدی $0.4\omega_p < \omega < 0.6\omega_p$ منفی و در نواحی بسامدی دیگر مثبت است. همان گونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود پارامتر چلانندگی، $\langle \Delta E^2 \rangle - 1$ ، در دماهای پایین در کل بازه بسامدی و در دماهای بالا در نواحی بسامدی که ضریب شکست تیغه مثبت است، تقریباً نزدیک صفر است. بنابراین، نور چلاننده عبوری حتی در دمای صفر نیز به دلیل اثرات اتلافی تیغه، خاصیت چلانندگی خود را از دست می‌دهد. همچنین با افزایش دما ویژگی‌های غیر کلاسیکی نور فرودی در ناحیه‌ای که تیغه ضریب شکست منفی دارد، به شدت کاهش می‌یابد. از این رو نور خروجی از تیغه متاماده با ضریب شکست منفی خاصیت چلانندگی خود را از دست می‌دهد.

۲.۴. پارامتر چلانندگی برای نور چلاننده عبوری از یک تیغه متاماده هذلولوی

همان‌طور که در ابتدای مقاله اشاره شد، از ساختارهای چند لایه‌ای می‌توان برای ساخت متامواد هذلولوی استفاده کرد. تیغه متاماده هذلولوی مورد مطالعه در این بخش، از یک ساختار دو لایه‌ای از جنس نقره Ag و اکسید تیتانیوم TiO_2 تشکیل شده است، به گونه‌ای که ضخامت هر لایه از طول موج فرودی بسیار کوچک‌تر باشد. گذردهی الکتریکی نقره در الگوی درود-لورنتس به صورت زیر توصیف



شکل ۳. پارامتر چلانده $\langle \Delta E^r \rangle - 1$ برای نور همدوس چلانده عبوری از یک تیغه متاماده هذلولوی بر حسب دمای بدون بعد $\hbar\omega_p/k_B T$ و بسامد بدون بعد ω/ω_p . در اینجا، $\mu=1$ ، $\epsilon_\infty=3/7$ ، $\tau=0.45 \times 10^{-14} s$ و $\omega_p=1.4 \times 10^{16} rad/s$ است. ضخامت تیغه متاماده در شکل (الف) $l=60 nm$ و در شکل (ب) $l=600 nm$ است.

ساختار متاماده مزبور به صورت متاماده هذلولوی نوع دو رفتار می‌کند، ضریب عبور به خاطر جذب شدید تقریباً برابر صفر است. بنابراین انتظار داریم که پارامتر چلانده صفر شود. همچنین در این شکل مشاهده می‌شود که اثرات گرمایی ساختار متاماده نقش بسیار اندکی در تخریب ویژگی‌های غیر کلاسیکی نور فرودی دارند. در شکل ۳. ب مشاهده می‌شود که نور عبوری در بازه بسامدی $0.306 < \omega/\omega_p < 0.475$ ، که ساختار مزبور شبیه متاماده هذلولوی نوع اول رفتار می‌کند، با افزایش ضخامت تیغه متاماده چلانده باقی مانده است. این رفتار از ویژگی منحصر به فرد متامواد هذلولوی ناشی می‌شود که می‌تواند ویژگی‌های غیر کلاسیکی نورهای کوانتومی فرودی را در ناحیه ای که ضریب جذب تیغه کوچک است، حفظ کند. زیرا تیغه متاماده در ناحیه‌ای بسامدی که شبیه دی‌الکتریک رفتار می‌کند اگرچه در ضخامت‌های کم ویژگی‌های غیر کلاسیکی نور فرودی را تا اندازه‌ای حفظ می‌کند ولی با افزایش ضخامت تیغه ویژگی‌های غیر کلاسیکی از بین می‌رود.

۵. پارامتر مندل

در اپتیک کوانتومی به منظور بررسی و مطالعه آمار فوتونی نورهای کوانتومی از پارامتر مندل استفاده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho = \frac{\langle [\Delta \hat{N}]^r \rangle - \langle \hat{N} \rangle^r}{\langle \hat{N} \rangle} = \frac{\langle : \hat{N}^r : \rangle - \langle \hat{N} \rangle^r}{\langle \hat{N} \rangle} \quad (34)$$

در اینجا داریم،

شبیه یک دی‌الکتریک ناهمسانگرد تک محوری رفتار می‌کند که قسمت حقیقی هر دو پارامتر ϵ_{\parallel} و ϵ_{\perp} مثبت است. در بازه بسامدی $0.306 < \omega/\omega_p < 0.475$ ، ساختار لایه‌ای مزبور به صورت یک متاماده هذلولوی نوع اول و در بسامدهای بزرگ‌تر از بسامد $\omega/\omega_p = 0.475$ شبیه یک فلز رفتار می‌کند. اکنون با استفاده از گذردهی‌های الکتریکی نقره و دی‌اکسید تیتانیوم و جایگذاری آنها در پارامترهای مؤثر (۳۲) و (۳۳) و همچنین به کاربردن ضرایب عبور و بازتاب (۱۷) و (۱۸) و جایگذاری در رابطه (۲۷)، پارامتر چلانده $\langle \Delta E^r \rangle - 1$ برای نور همدوس چلانده عبوری از تیغه متاماده هذلولوی مزبور در شکل ۳ رسم شده است.

در شکل ۳. الف مشاهده می‌شود که نور عبوری در بازه بسامدی $0.25 < \omega/\omega_p < 0.475$ که ساختار لایه‌ای مزبور در بخشی از بازه به صورت یک دی‌الکتریک ناهمسانگرد تک محوری و در بخش دیگر آن شبیه متاماده هذلولوی نوع اول رفتار می‌کند، در برخی نواحی خاصیت چلانده دارد. نوسانات مشاهده شده در این بازه نوسانی ناشی از نوسانات ضرایب بازتاب و عبور برای تیغه متاماده است. در بسامدهای بزرگ‌تر از بسامد $\omega/\omega_p = 0.475$ که تیغه شبیه یک فلز رفتار می‌کند، ضریب عبور تقریباً برابر صفر است. بنابراین نوری که توسط آشکارساز آشکارسازی می‌شود عملاً حالت خلاً کوانتومی بازتاب شده توسط ساختار مزبور است. از این رو، پارامتر چلانده مطابق انتظارمان صفر شده است. به طور مشابه در بسامدهای کمتر از بسامد $\omega/\omega_p = 0.25$ که

پیوست ۱ آمده است، به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\langle : \hat{N}^r : \rangle - \langle \hat{N} \rangle^r = \frac{(\sigma_H T_s)^r}{1 \pm \pi^r} \times \left\{ [T(\omega)]^r \left\{ \cosh r \xi \sinh^r \xi + r \sigma_H \sqrt{\pi} |\alpha|^r \times [r \sinh^r \xi + \sinh r \xi \cos(r \varphi_\alpha - \varphi_\xi)] \right\} + r n(\omega, T) [1 - |R(\omega)|^r - |T(\omega)|^r] \times [T(\omega)]^r (\sinh^r \xi + r \sigma_H \sqrt{\pi} |\alpha|^r) + n^r(\omega, T) [1 - |R(\omega)|^r - |T(\omega)|^r] \right\} \quad (43)$$

سرانجام، با جایگذاری عبارتهای بالا در رابطه (۳۴)، پارامتر مندل برای نور همدوس چلانده عبوری از تیغه متاماده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Q = \frac{\sigma_H T_s}{r \pi \sqrt{\pi}} \left(n(\omega, T)^r (1 - |R(\omega)|^r)^r + |T(\omega)|^r [n(\omega, T)^r + \sinh^r \sigma (\cosh r \xi - r n(\omega, T))] + r \sigma_H \sqrt{\pi} |\alpha|^r [r \sinh^r \xi + \sinh r \sigma \cos(r \varphi_\alpha - \varphi_\xi) - r n(\omega, T)] \right) + r n(\omega, T) |T(\omega)|^r (1 - |R(\omega)|^r) \times (\sinh^r \xi + r \sigma_H \sqrt{\pi} |\alpha|^r - n(\omega, T)) \times \left\{ [T(\omega)]^r (\sinh^r \xi + r \sigma_H \sqrt{\pi} |\alpha|^r) + n(\omega, T) (1 - |R(\omega)|^r - |T(\omega)|^r) \right\}^{-1} \quad (44)$$

۱.۵. پارامتر مندل برای نور همدوس چلانده عبوری از

یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی

در شکل ۴ نمودار پارامتر مندل برای یک تیغه با ضریب شکست منفی که پارامترهای مادی آن بر حسب الگوی لورنتس (۲۸) و (۲۹) الگوسازی شده بر حسب پارامترهای بدون بعد دما و بسامد رسم شده است.

همان گونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود با افزایش دما ویژگی‌های غیر کلاسیکی نور فرودی در ناحیه‌ای که تیغه ضریب شکست منفی دارد به شدت کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، نور چلانده اولیه با عبور از تیغه ضمن از دست دادن خاصیت چلانده‌گی، آمار فراپواسونی از خود نشان می‌دهد که بیانگر از بین رفتن ویژگی غیر کلاسیکی اولیه خود است.

$$\langle : \hat{N}^r : \rangle = \langle \hat{N}^r \rangle - \langle \hat{N} \rangle^r, \quad (35)$$

و علامت : : بیانگر ترتیب نرمال است. مقدار منفی پارامتر مندل مربوط به وضعیتی است که واریانس تعداد فوتون‌ها کمتر از مقدار میانگین آنها بوده و بیانگر آمار زیر پواسونی است. مقدار مثبت پارامتر مندل نشان دهنده آمار فراپواسونی و مقدار صفر آن بیانگر آمار پواسونی است. با توجه به این که پارامتر مندل برای یک میدان کلاسیکی غیر منفی است، از این رو پارامتر مندل منفی (آمار زیر پواسونی) به عنوان یک ویژگی غیر کلاسیکی تلقی می‌شود [۱۰]. در این بخش پارامتر مندل را برای نور همدوس چلانده عبوری محاسبه می‌کنیم. بدین منظور عملگر تعداد فوتون‌ها را در بازه زمانی $t_0 + \tau$ و t_0 به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$\hat{N} = \int_{t_0}^{t_0 + \tau} dt \hat{a}_{Rr}^\dagger(t) \hat{a}_{Rr}(t), \quad (36)$$

که در آن عملگر $\hat{a}_{Rr}(t)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{a}_{Rr}(t) = \frac{1}{\sqrt{r \pi}} \int_0^\infty d\omega e^{-i\omega t} H(\omega) \hat{a}_{Rr}(\omega), \quad (37)$$

که در آن $H(\omega)$ تابع فیلتر بوده و به شکل زیر داده می‌شود:

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{r \pi}} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_H)^r}{r \sigma_H^r} \right]. \quad (38)$$

با استفاده از ماتریس پراکنده‌گی و جایگذاری آن در رابطه (۳۷)، مقدار چشمداشتی فوتون‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\langle \hat{N} \rangle = \frac{1}{r \pi} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} dt \int_0^\infty d\omega \int_0^\infty d\omega' e^{i(\omega - \omega')t} H^*(\omega) H(\omega') \langle \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) \hat{a}_{Rr}(\omega') \rangle, \quad (39)$$

$$\langle : \hat{N}^r : \rangle = \frac{1}{(r \pi)^r} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} dt \int_{t_0}^{t_0 + \tau} dt' \int_0^\infty d\omega \int_0^\infty d\omega' \int_0^\infty d\omega'' \int_0^\infty d\omega''' \times e^{i(\omega - \omega_r)t + i(\omega_r - \omega_r')t'} H^*(\omega) H^*(\omega_r) H(\omega_r) H(\omega') \times \langle \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega_r) \hat{a}_{Rr}(\omega_r) \hat{a}_{Rr}(\omega') \rangle. \quad (40)$$

اکنون، با در نظر گرفتن حالت کلی سامانه به صورت $|F\rangle_L |0\rangle_R$ ، داریم:

$$\langle \hat{N} \rangle_R = \frac{\sigma_H T_s \sqrt{\pi}}{(r \pi)^r} |T(\omega)|^r (\sinh^r \xi + r \sigma_H \sqrt{\pi} |\alpha|^r), \quad (41)$$

$$\langle \hat{N} \rangle_{Thermal} = \frac{\sigma_H T_s \sqrt{\pi}}{(r \pi)^r} n(\omega, T) (1 - |T|^r - |R|^r). \quad (42)$$

سپس با انجام محاسبات پیچیده و طولانی که جزئیات آن در

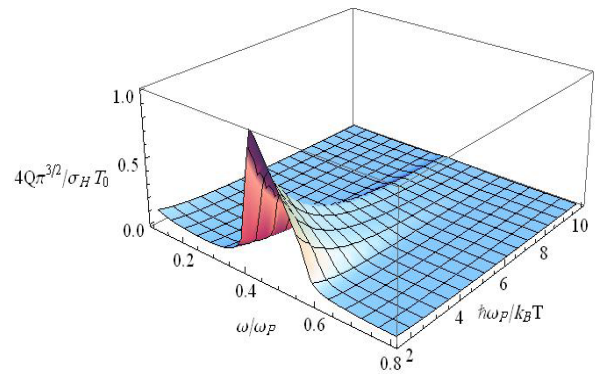
است. با افزایش ضخامت تیغه متاماده، آمار فوتونی نور عبوری در بازه بسامدی $0/306 < \omega/\omega_p < 0/475$ ، که ساختار متاماده شبیه متاماده هذلولوی نوع اول رفتار می‌کند، زیرپواسونی باقی می‌ماند (شکل ۵. ب). این نتیجه با نتایج به دست آمده در بخش ۴-۲ هم‌خوانی داشته و از ویژگی منحصر به فرد متامواد هذلولوی ناشی می‌شود که می‌تواند آمار زیرپواسونی نور چلانده فرودی را در ناحیه‌ای که ضریب جذب تیغه کوچک است، حفظ کند.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله، نخست به معرفی مختصری از متامواد با ضریب شکست منفی و متامواد هذلولوی پرداختیم. به منظور بررسی اثرات اپتیک کوانتومی این مواد مصنوعی بر نورهای کوانتومی فرودی، چلانده کوادراتوری و پارامتر مندل برای یک نور همدوس چلانده عبوری از یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی و همچنین یک تیغه متاماده هذلولوی بررسی شد. با الگوسازی ویژگی‌های پاشندگی و اتلافی تیغه‌های مزبور با الگوی درود-لورنتس، به تجزیه و تحلیل عددی این پارامترها پرداختیم. در این مقاله نشان داده شد که نور چلانده با عبور از یک تیغه متاماده با ضریب شکست منفی، کلاسیکی می‌شود. همچنین نشان داده شد که اثرات گرمایی تیغه مزبور، ویژگی‌های غیر کلاسیکی نورهای عبوری را با شدت بیشتری کاهش می‌دهد. از طرفی دیگر دیده شد که ویژگی‌های غیر کلاسیکی نور چلانده فرودی در عبور از یک تیغه متاماده هذلولوی، در ناحیه‌ای که ضریب جذب تیغه کوچک است، تقریباً بدون تغییر مانده و حفظ می‌شود.

پیوست ۱

برای محاسبه مقدار چشمداشتی $\langle \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega_1) \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega_2) \hat{a}_{Rr}(\omega_3) \hat{a}_{Rr}(\omega_4) \rangle$ در رابطه (۴۰)، باید از رابطه ورودی-خروجی (۵) استفاده شود. با انجام این جایگذاری، رابطه مزبور شامل ۸۱ جمله می‌شود که

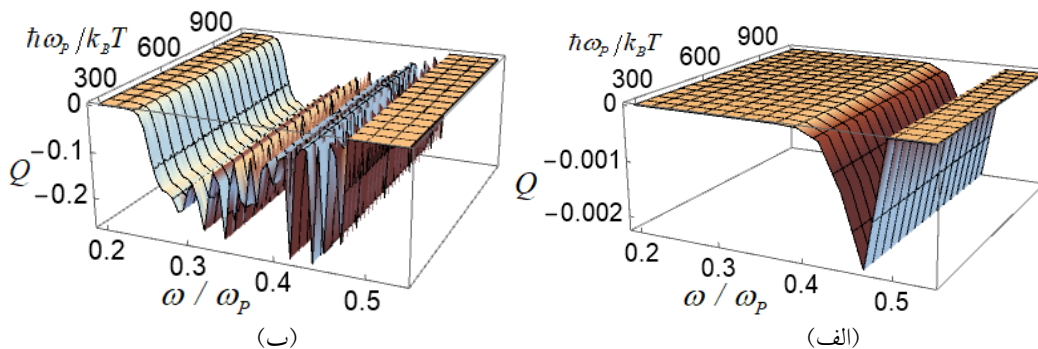


شکل ۴. نمودار پارامتر مندل بر حسب پارامترهای بدون بعد ω/ω_p و $\frac{\hbar\omega_p}{k_B T}$. در اینجا $\sigma_H = 0/2$ ، $\varphi_\alpha = 2\varphi_0 - \pi$ ، $\omega_s = 0/4$ و سایر پارامترها مشابه شکل ۲ هستند.

۵. پارامتر مندل برای نور همدوس چلانده عبوری از

یک تیغه متاماده هذلولوی

در این بخش نیز، به منظور بررسی آمار فوتون‌های خروجی از تیغه متاماده هذلولوی، پارامتر مندل را محاسبه و رسم می‌کنیم. با استفاده از گذرده‌های الکتریکی (۳۰) و (۳۱) و پارامترهای مؤثر (۳۲) و (۳۳) و همچنین به کار بردن ضرایب عبور و بازتاب (۱۷) و (۱۸) و جایگذاری آنها در رابطه (۴۴)، پارامتر مندل به دست می‌آید. در شکل ۵ پارامتر مزبور برای یک نور همدوس چلانده عبوری از تیغه متاماده هذلولوی رسم شده است. برای رسم پارامتر مندل، از پارامترهای مادی به‌کاربرده شده در شکل ۳ استفاده کرده‌ایم. شکل ۵ الف نشان می‌دهد که در بازه بسامدی $0/25 < \omega/\omega_p < 0/475$ که ساختار متاماده در بخشی از بازه به صورت یک دی‌الکتریک ناهمسانگرد تک محوری و در بخش دیگر آن شبیه متاماده هذلولوی نوع اول رفتار می‌کند، آمار فوتونی نور عبوری سرشت زیرپواسونی دارد. در حالی که در بازه‌های بسامدی $\omega/\omega_p > 0/475$ و $\omega/\omega_p < 0/25$ که ضریب عبور از تیغه متاماده تقریباً برابر صفر است، نور آشکار شده توسط آشکارساز عملاً حالت خلأ کوانتومی بازتاب شده توسط تیغه متاماده مزبور است. به همین خاطر، پارامتر مندل نیز طبق انتظار صفر شده



شکل ۵. پارامتر مندل برای نور همدوس چلانده عبوری از متاماده هذلولوی بر حسب پارامترهای بدون بعد دما و بسامد. در اینجا، $\mu=1$ ، $\epsilon_{\infty}=3/7$ ، $\tau=0.45 \times 10^{-14} s$ و $\omega_p=1/4 \times 10^{16} rad/s$ است. ضخامت تیغه متاماده در شکل (الف) $l=60 nm$ و در شکل (ب) $l=6000 nm$ است.

$$\langle \alpha, \xi | \hat{a}_{Rr}^\dagger \hat{a}_{Rr}(\omega) | \alpha, \xi \rangle = \quad (2-p)$$

$$\begin{aligned} & \langle \alpha | S^\dagger(\xi) D^\dagger(\alpha) (T_S^*(\omega) \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) + \\ & + R_S^*(\omega) \hat{a}_{Lr}^\dagger(\omega) + \hat{F}_R^\dagger(\omega)) \\ & \times (T_S(\omega) \hat{a}_{Rr}(\omega) + R_S(\omega) \hat{a}_{Lr}(\omega) \\ & + \hat{F}_R(\omega)) D(\alpha) S(\xi) | \alpha \rangle. \end{aligned}$$

با تفکیک رابطه بالا به دو بخش وابسته به نور فرودی و بخش گرمایی، داریم:

$$\langle N \rangle_R = \quad (3-p)$$

$$\begin{aligned} & \langle \alpha | S^\dagger(\xi) T_S^*(\omega) T_S(\omega) (\hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) + \alpha^*) (\hat{a}_{Rr}(\omega) + \alpha) S(\xi) | \alpha \rangle \\ & = \langle \alpha | S^\dagger(\xi) T_S^*(\omega) T_S(\omega) \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) S(\xi) | \alpha \rangle + |\alpha|^2 \\ & = \langle \alpha | T_S^*(\omega) T_S(\omega) (\hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) \cosh r - \hat{a}_{Lr}(\omega) e^{-i\theta} \sinh r) \\ & \times (\hat{a}_{Rr}(\omega) \cosh r - \hat{a}_{Lr}^\dagger(\omega) e^{i\theta} \sinh r) | \alpha \rangle + T_S^*(\omega) T_S(\omega) |\alpha|^2 \\ & = \hat{a}_{Rr}(\omega) e^{-i\theta} \sinh r \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) e^{i\theta} \sinh r + T_S^*(\omega) T_S(\omega) |\alpha|^2. \end{aligned}$$

$$\langle \hat{N} \rangle_{Thermal} = \langle F^\dagger(\omega) F(\omega) \rangle. \quad (4-p)$$

سرانجام، با جایگذاری رابطه‌های بالا در روابط (۳۹) و (۴۰)

و استفاده از رابطه انتگرالی $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ ، رابطه (۴۴) به دست خواهد آمد.

جمله‌های مخالف صفر آن به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} & \langle \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega) \hat{a}_{Rr}^\dagger(\omega_r) \hat{a}_{Rr}(\omega_r) \hat{a}_{Rr}(\omega) \rangle = \\ & \sinh \xi_r \cosh \xi_r \cosh \xi_r \sinh \xi_r e^{i(\theta_r - \theta)} \delta(\omega_1 - \omega_r) \delta(\omega_r - \omega_f) \quad (1-p) \\ & + [\delta(\omega_1 - \omega_r) \delta(\omega_r - \omega_f) \\ & + \delta(\omega_1 - \omega_f) \delta(\omega_r - \omega_f)] \sinh \xi_1 \sinh \xi_r \sinh \xi_r \sinh \xi_f \\ & - e^{-i\theta} \sinh \xi_1 \cosh \xi_r \alpha(\omega_r) \alpha(\omega_f) \delta(\omega_1 - \omega_r) + \\ & \sinh^2 \xi_r \alpha^*(\omega_r) \alpha(\omega_f) \delta(\omega_1 - \omega_r) \\ & + \sinh^2 \xi_1 \alpha^*(\omega_r) \alpha(\omega_f) \delta(\omega_1 - \omega_f) \\ & + \sinh^2 \xi_r \alpha^*(\omega_1) \alpha(\omega_f) \delta(\omega_r - \omega_f) \\ & + \sinh^2 \xi_f \alpha^*(\omega_1) \alpha(\omega_r) \delta(\omega_r - \omega_f) \\ & - e^{i\theta} \cosh \xi_r \sinh \xi_r \alpha^*(\omega_1) \alpha^*(\omega_r) \delta(\omega_r - \omega_f) \\ & + \alpha^*(\omega_1) \alpha^*(\omega_r) \alpha(\omega_r) \alpha(\omega_f) J I^*(\omega_1) I^*(\omega_r) I(\omega_r) I(\omega_f) \\ & + T^*(\omega_1) I(\omega_r) [e^{i(\theta_r - \theta)} \sinh \xi_1 \sinh \xi_r \delta(\omega_1 - \omega_r) \\ & + \alpha^*(\omega_1) \alpha(\omega_r)] \langle F^\dagger(\omega_r) F(\omega_f) \rangle \\ & + T^*(\omega_1) I(\omega_f) [e^{i(\theta_r - \theta)} \sinh \xi_1 \sinh \xi_r \delta(\omega_1 - \omega_f) \\ & + \alpha^*(\omega_1) \alpha(\omega_f)] \langle F^\dagger(\omega_r) F(\omega_r) \rangle \\ & + T^*(\omega_r) I(\omega_f) [e^{i(\theta_r - \theta)} \sinh \xi_r \sinh \xi_f \delta(\omega_r - \omega_f) \\ & + \alpha^*(\omega_r) \alpha(\omega_f)] \langle F^\dagger(\omega_1) F(\omega_f) \rangle \\ & + T^*(\omega_r) I(\omega_r) [e^{i(\theta_r - \theta)} \sinh \xi_r \sinh \xi_f \delta(\omega_r - \omega_f) \\ & + \alpha^*(\omega_r) \alpha(\omega_r)] \langle F^\dagger(\omega_1) F(\omega_r) \rangle \\ & + \langle F^\dagger(\omega_1) F(\omega_r) \rangle \langle F^\dagger(\omega_r) F(\omega_f) \rangle \\ & + \langle F^\dagger(\omega_1) F(\omega_f) \rangle \langle F^\dagger(\omega_r) F(\omega_r) \rangle. \end{aligned}$$

مقدار چشمداشتی عبارت $\langle a^\dagger(\omega_1) a(\omega_r) \rangle$ برای حالت

همدوس چلانده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

مراجع

5. D R Smith, W J Padilla, D C Vier, S C Nemat-Nasser, and S Schultz, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 4184.

۶. س بیاتی، ا عموقربان، ع مهدیفر، *مجله پژوهش فیزیک* **۱۸**،

1. S A Ramakrishna, *Prog. Phys.* **68** (2005) 449.
 2. L Ferrari, Ch Wu, D L X Zh, and Zh Liu, *Rep. Prog. Phys.* **40** (2014) 1.
 3. V G Veselago, *Phys. Usp.* **10** (1968) 509.
 4. J B Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3966.

10. M Hosein zadeh, A Amooghorban, and A Mahdifar, *Iran. J. Phys. Res.* **16**, 4 (1395) 305.
11. M Artoni and R Loudon, *Phys. Rev. A* **59** (1999) 2279.
12. M O Scally and M S Zubairy, "Quantum Optics", Cambridge University Press, Cambridge, England, (1997).
13. E Amooghorban, N A Mortensen, and M Wubs, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013)153602.
14. E Amooghorban and M Wubs, Arxiv:1606.07912v1, (2016).
15. S A Biehs and G S Agarwal. *Phys. Rev. A* **96** (2017) 022308..
6. S Bayati, A Amooghorban, A Mahdifar, *Iran. J. Physics Research* **18**, 2 (2018) 263.
7. B Wood, J B Pendry, and D P Tsai. *Phys. Rev. B* **74** (2006)115116.
8. T Xu, A Agrawal, M Abashin, K J Chau, and H J Lezec. *Nature* **497** (2013) 470.
9. K Korzeb, M Gajc, and D Anna Pawlak. *Optics Express* **23** (2015) 25406.
۱۰. م حسین‌زاده، اعمو قربان و ع مهدیفر، مجله پژوهش فیزیک، ۱۶، ۴ (۱۳۹۵) ۳۰۵.